



Działania matematyczne



Dodawanie – klasy I - III

- dodawanie liczb jednocyfrowych w obrębie 10
- rozkład liczb jednocyfrowych na składniki
- dopełnianie do 10
- dodawanie do pełnej dziesiątki
- przemienność i łączność dodawania
- dodawanie z przekroczeniem progu dziesiątkowego
- dodawanie liczb dwucyfrowych i trzycyfrowych, z przekroczeniem progu dziesiątkowego i setkowego



ADDITION DOUBLES

Double

Look

Listen

$2 + 2$



"The Car Fact"

2 front tires

2 back tires

= 4 tires

$3 + 3$



"The Bug Fact"

3 legs on each side

= 6 legs

$4 + 4$



"The Spider Fact"

4 legs on each side

= 8 legs

$5 + 5$

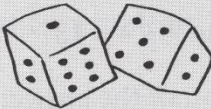


"The Fingers Fact"

5 fingers on each hand

= 10 fingers

$6 + 6$

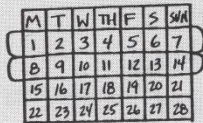


"The Dice Fact"

6 dots on each die

= 12 dots

$7 + 7$

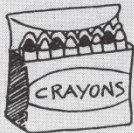


"The Two Weeks Fact"

7 days in each week

= 14 days

$8 + 8$

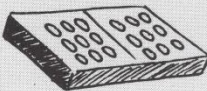


"The Crayon Fact"

8 crayons in each row

= 16 crayons

$9 + 9$



"The Double-Nine

Dominoes Fact"

9 dots on each side

= 18 dots

Doubles and near doubles

A

B

C

DODAWANIE LICZB W ZAKRESIE 100.
PRZEMIENNOŚĆ DODAWANIA $a + b = b + a$

- 1 Po przyjęciu urodzinowym Kasia zmyła 18 filiżanek i 14 talerzyków. Ile naczyń zmyła Kasia?

$$18 + 14 = 32$$

Odpowiedź: Kasia zmyła 32 naczynia.

- 2 Kasia schowała do szafki 14 talerzyków i 18 filiżanek. Ile naczyń schowała Kasia do szafki?

Dane:

14 talerzyków

18 filiżanek

$$14 + 18 = 32$$

Odpowiedź: Kasia schowała do szafki 32 naczynia.

Zauważcie, że $18 + 14 = 32$ i $14 + 18 = 32$

$$14 + 18 = 18 + 14$$

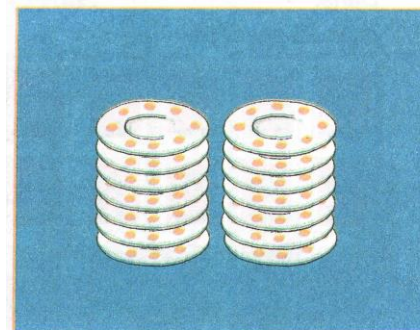
$$32 = 32$$

W dodawaniu można zmieniać kolejność składników, a suma nie zmienia się.

Dodawanie jest przemienne.



18 filiżanek



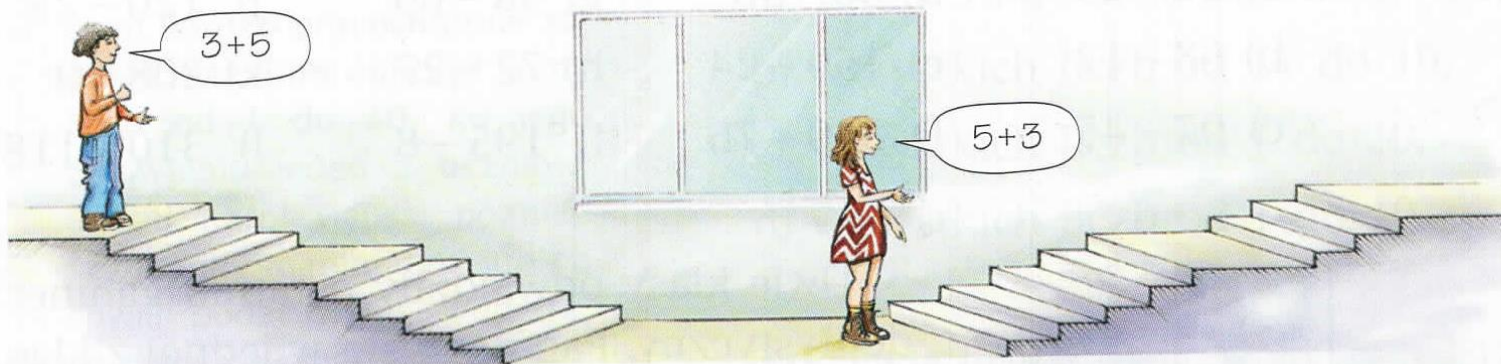
14 talerzyków



Przemienność dodawania

N
278

ĆWICZENIE C. Czy na obu rysunkach jest tyle samo schodków?



$$3 + 5 = 5 + 3$$

Wynik dodawania się nie zmienia, gdy przestawiamy składniki.

Uwaga. Ta własność dotyczy sumy dowolnych dwóch liczb, na przykład $13 + 578$ to tyle samo co $578 + 13$.

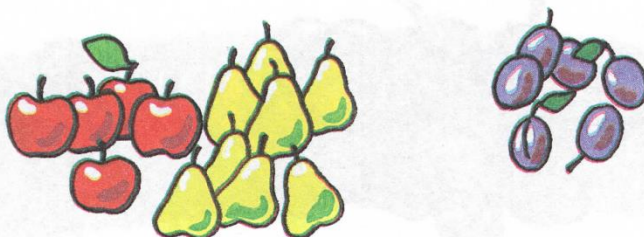


DODAWANIE LICZB W ZAKRESIE 100.

ŁĄCZNOŚĆ DODAWANIA $(a + b) + c = a + (b + c)$

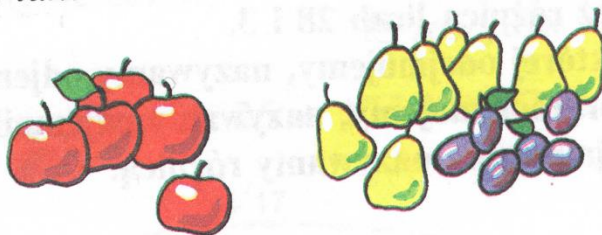
- 1 Mama przyniosła owoce i poprosiła dzieci, aby ułożyły je i policzyły. Ile owoców przyniosła mama?

Kasia ułożyła tak:



$$(5 + 8) + 6 = 13 + 6 = 19$$

Jurek ułożył tak:



$$5 + (8 + 6) = 5 + 14 = 19$$

Dzieci zauważyły, że $(5 + 8) + 6 = 5 + (8 + 6)$

$$13 + 6 = 5 + 14$$

$$19 = 19$$

W dodawaniu można łączyć kolejne składniki w grupy, a suma się nie zmieni.

Dodawanie jest łączne.

A

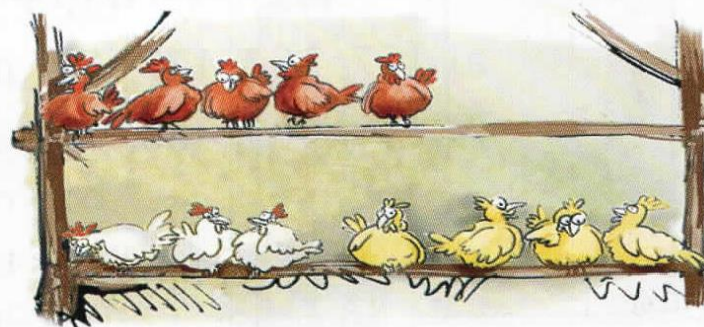
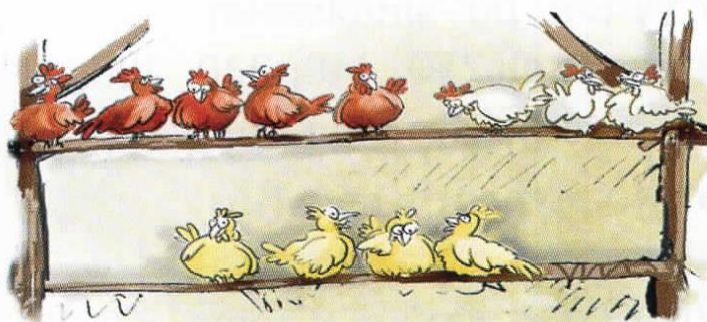
B

C

Łączność dodawania

N
278

ĆWICZENIE D. Czy na obu rysunkach jest tyle samo kur?



$$5 + 3 + 4 = (5 + 3) + 4 = 5 + (3 + 4)$$

Składniki sumy możemy łączyć w dowolny sposób.

Gdy dodajemy kilka liczb, możemy ułatwić sobie obliczenia, przestawiając składniki i łącząc je w odpowiedni sposób.

ĆWICZENIE E. Oblicz, wybierając najwygodniejszy sposób:

a) $86 + 97 + 3$

b) $6 + 94 + 78 + 22$

c) $99 + 276 + 1$





Dodawanie klasa IV i kolejne

Dodawanie pisemne

- bez przekroczenia progu dziesiątkowego
- z przekroczeniem progu dziesiątkowego

Dodawanie ułamków dziesiętnych

- dodawanie pamięciowe
- dodawanie pisemne



DODAWANIE SPOSOBEM PISEMNYM BEZ PRZEKROCZENIA PROGU DZIESIĄTKOWEGO W ZAKRESIE 1000

- 1 Kinga kupiła ozdobę za 145 gr i świece za 134 gr. Ile zapłaciła Kinga? (patrz s. 73).

Kinga obliczyła tak:

$$145 + 134 = \underbrace{(100 + 100)}_{200} + \underbrace{(40 + 30)}_{70} + \underbrace{(5 + 4)}_9 = 279$$

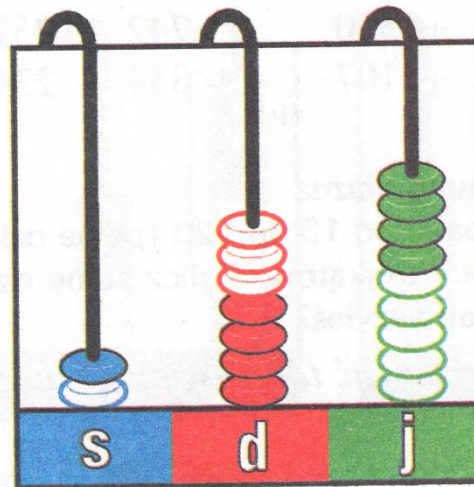
Odpowiedź: Kinga zapłaciła 279 gr, czyli 2 zł 79 gr.

Uczymy się dodawania sposobem pisemnym.

Zapisujemy tak:

	s	d	j
	1	4	5
	1	3	4
+	2	7	9

Dodajemy na liczydłe dziesiątkowym:



Odczytujemy sumę 279.

A

B

C



Wyjaśniamy kolejność czynności:

Składniki zapisujemy dokładnie: jedności pod jednościami, dziesiątki pod dziesiątkami, setki pod setkami.

Dodawanie rozpoczynamy od rzędu jedności.

Dodajemy
setki: $1 + 1 = 2$,
wynik zapisujemy
pod setkami.

$$\begin{array}{r} 1\ 4\ 5 \\ + 1\ 3\ 4 \\ \hline 2\ 7\ 9 \end{array}$$

Dodajemy
dziesiątki:
 $4 + 3 = 7$,
wynik
zapisujemy
pod dziesiątkami.

$$\begin{array}{r} 1\ 4\ 5 \\ + 1\ 3\ 4 \\ \hline 7\ 9 \end{array}$$

Dodajemy
jedności:
 $5 + 4 = 9$,
wynik zapisujemy
pod jednościami.

$$\begin{array}{r} 1\ 4\ 5 \\ + 1\ 3\ 4 \\ \hline 9 \end{array}$$

Porównaj sumę z krążkami ułożonymi na liczydło.



DODAWANIE SPOSOBEM PISEMNYM Z PRZEKROCZENIEM PROGU DZIESIĄTKOWEGO W ZAKRESIE 1000

- 1 Mikołaj kupił pudełko bombek za 537 gr i pudełko zimnych ogniów za 246 gr. Ile zapłacił Mikołaj?

Mikołaj liczył tak:

$$\begin{aligned} 537 + 246 &= (500 + 200) + (30 + 40) + (7 + 6) = \\ &= 700 + 70 + 13 = 783 \end{aligned}$$

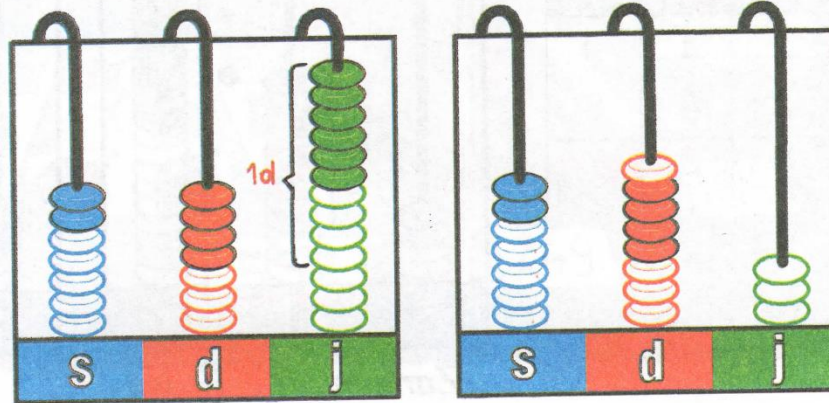
Odpowiedź: Mikołaj zapłacił 783 gr, czyli 7 zł 83 gr.

Uczymy się dodawania sposobem pisemnym.

Zapisujemy tak:

Dodajemy na liczydło dziesiątkowym:

s	d	j
5	3	7
2	4	6
+	7	8
7	8	3



*Zamiana 10 jedności
na 1 dziesiątkę.*

*Odczytujemy
sumę 783.*





Wyjaśniamy kolejność czynności:

Dodawanie rozpoczynamy od rzędu jednostki.

Dodajemy setki: $5 + 2 = 7$,
wynik zapisujemy
pod setkami.

$$\begin{array}{r} \textcircled{1} \\ 537 \\ + 246 \\ \hline 783 \end{array}$$

Dodajemy dziesiątki:
 $1 + 3 + 4 = 8$,
wynik zapisujemy
pod dziesiątkami.

$$\begin{array}{r} \textcircled{1} \\ 537 \\ + 246 \\ \hline 83 \end{array}$$

Dodajemy jednostki:
 $7 + 6 = 13$,
13 jednostki to 1 dziesiątka
i 3 jednostki, 3 zapisujemy
pod jednostkami,
1 dziesiątkę dodajemy
do dziesiątek.

$$\begin{array}{r} \textcircled{1} \\ 537 \\ + 246 \\ \hline 3 \end{array}$$

Porównaj sumę z krążkami ułożonymi na liczydło.



DODAWANIE SPOSOBEM PISEMNYM Z PRZEKROCZENIEM PROGU DZIESIĄTKOWEGO I SETKOWEGO W ZAKRESIE 1000

- 1 Adam kupił gwiazdę za 249 gr, a Mikołaj kupił bombki o 288 gr droższe od gwiazdy. Ile zapłacił Mikołaj? *O co jeszcze możesz zapytać?*

Mikołaj liczył tak:

$$249 + 288 + \underbrace{(200 + 200)}_{400} + \underbrace{(40 + 80)}_{120} + \underbrace{(9 + 8)}_{17} = 537$$

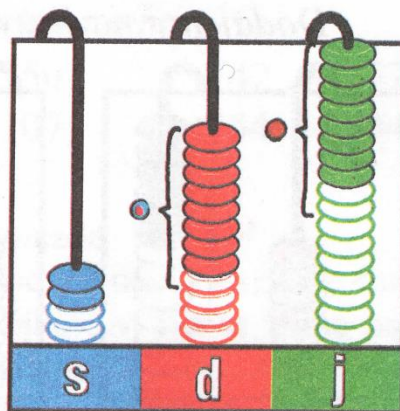
Odpowiedź: Mikołaj zapłacił 537 gr, czyli 5 zł 37 gr.

Uczymy się dodawania sposobem pisemnym.

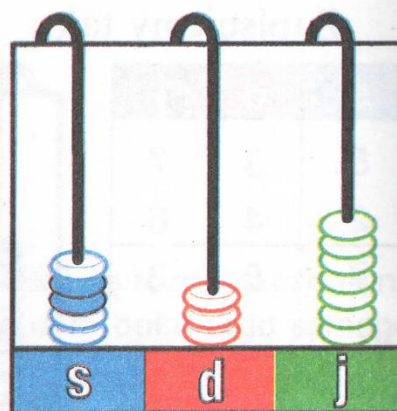
Zapisujemy tak:

s	d	j
2	4	9
2	8	8
5	3	7

+



*Zamieniamy 10 jed-
ności na 1 dziesiątkę
10 dziesiątek na 1 setkę.*



*Odczytujemy
sumę 537.*

A

B

C



Wyjaśniamy kolejność czynności:

Dodawanie rozpoczynamy od rzędu jedności.

Dodajemy setki: $1 + 2 + 2 = 5$,
wynik zapisujemy
pod setkami.

$$\begin{array}{r} \textcircled{1} \textcircled{1} \\ 249 \\ + 288 \\ \hline 537 \end{array}$$

Dodajemy dziesiątki:
 $1 + 4 + 8 = 13$,
13 dziesiątek to 1 setka
i 3 dziesiątki.
3 zapisujemy
pod dziesiątkami,
1 setkę dodajemy
do setek.

$$\begin{array}{r} \textcircled{1} \textcircled{1} \\ 249 \\ + 288 \\ \hline 37 \end{array}$$

Dodajemy jedności:
 $9 + 8 = 17$,
17 jedności to 1 dziesiątka
i 7 jedności, 7 zapisujemy
pod jednościami,
1 dziesiątkę dodajemy
do dziesiątek.

$$\begin{array}{r} \textcircled{1} \\ 249 \\ + 288 \\ \hline 7 \end{array}$$

Porównaj sumę z krążkami ułożonymi na liczydło.





Na czym polega trudność przykładów a), b) i d)?

6. Dodaj w pamięci:

a) $4,4 + 0,6$

b) $3,6 + 0,7$

c) $2,17 + 0,22$

d) $7,11 + 2,9$

$5,2 + 3,8$

$4,8 + 2,5$

$3,45 + 2,05$

$6,4 + 0,81$

$9,9 + 6,1$

$3,7 + 8,4$

$6,37 + 2,13$

$4,55 + 3,5$

- Co może pomóc uczniom w wykonaniu tych obliczeń?





Gdy obliczamy sposobem pisemnym sumę ułamków dziesiętnych, podpisujemy przecinek pod przecinkiem, jedności pod jednościami, części dziesiąte pod częściami dziesiątymi itd., a następnie postępujemy tak, jak przy dodawaniu liczb naturalnych.

PRZYKŁADY

$$\begin{array}{r} 42,80 \\ + 57,93 \\ \hline 100,73 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 25,438 \\ + 6,700 \\ \hline 32,138 \end{array}$$

Jeśli w dodawanych liczbach ilość cyfr po przecinku nie jest taka sama, to możemy dopisać zera.





Odejmowanie klasy I-III

- odejmowanie liczb jednocyfrowych
- odejmowanie od pełnej dziesiątki
- odejmowanie jedności od liczb drugiej dziesiątki bez przekroczenia progu dziesiątkowego
- odejmowanie z przekroczeniem progu dziesiątkowego
- odejmowanie z przekroczeniem progu dziesiątkowego i setkowego





ODEJMOWANIE JAKO DZIAŁANIE ODWROTNE DO DODAWANIA. PRZEKSZTAŁCANIE ZADAŃ TEKSTOWYCH. LICZENIE W ZAKRESIE 100

- 1 W sklepie było 25 zeszytów w kratkę i 17 w linie. Ile zeszytów było w sklepie?

Dane:

$$25 + 17 = 42$$

Odpowiedź:

W sklepie były 42 zeszyty.

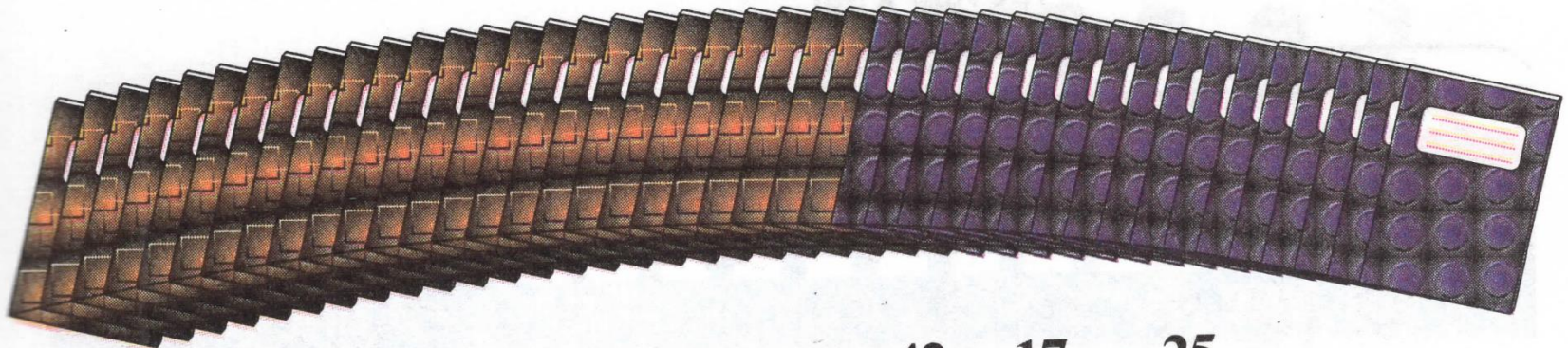
- 2 W sklepie były 42 zeszyty. Sprzedano 17 zeszytów. Ile zeszytów zostało w sklepie?

Dane:

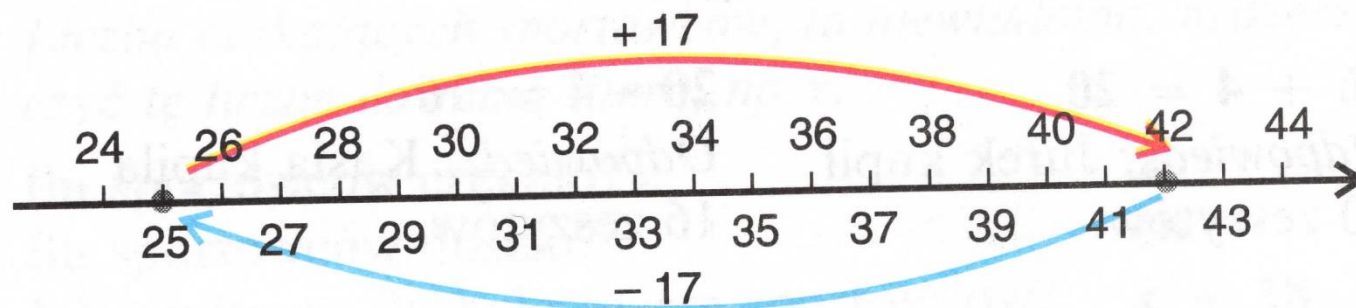
$$42 - 17 = 25$$

Odpowiedź:

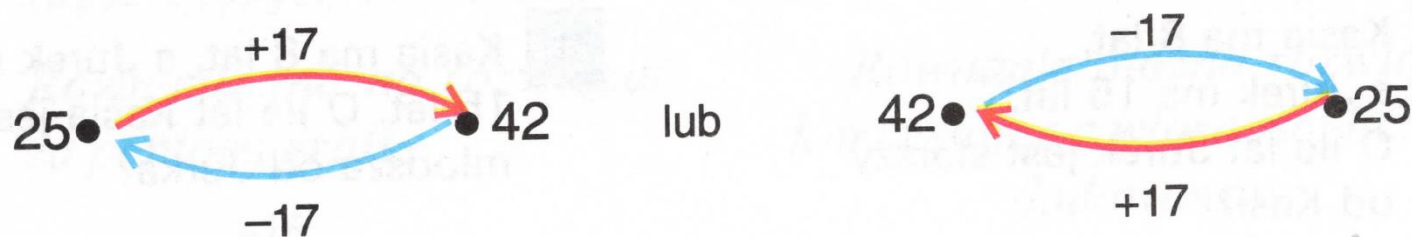
W sklepie zostało 25 zeszytów.



Przedstawiamy działania: $25 + 17$ i $42 - 17$ na osi liczbowej:



Przedstawiamy działania: $25 + 17$ i $42 - 17$ za pomocą grafów:



Zauważcie, że przy dodawaniu i odejmowaniu strzałki są zwrócone w przeciwne strony.

Odejmowanie jest działaniem odwrotnym do dodawania.





Odejmowanie klasa IV i dalsze

- Odejmowanie pisemne
 - bez przekraczania progu dziesiątkowego
 - z przekraczaniem progu dziesiątkowego i setkowego
 - od liczb z zerami wewnętrznymi

Odejmowanie liczb dziesiętnych

- pamięciowe
- pisemne



ODEJMOWANIE SPOSOBEM PISEMNYM BEZ PRZEKROCZENIA PROGU DZIESIĄTKOWEGO W ZAKRESIE 1000

- 1 Książka pt. *Dzieci z Bullerbyn* ma 387 stron. Kinga przeczytała 215 stron. Ile stron ma jeszcze przeczytać?

Kinga obliczyła tak:

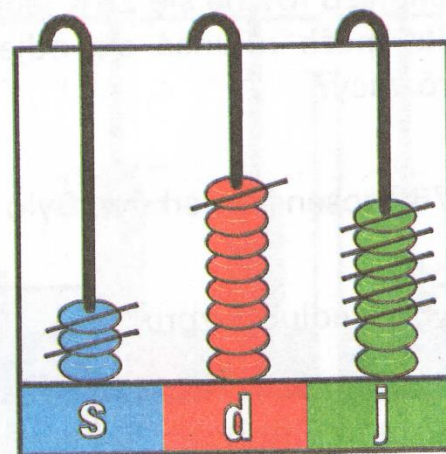
$$387 - 215 = \underbrace{(300 - 200)}_{100} + \underbrace{(80 - 10)}_{70} + \underbrace{(7 - 5)}_2 = 172$$

Odpowiedź: Kinga ma przeczytać 172 strony.

Uczymy się odejmowania sposobem pisemnym.

Zapisujemy tak:

	s	d	j
	3	8	7
	2	1	5
-	1	7	2



Odejmujemy na liczydłe dziesiątkowym:

Odczytujemy różnicę 172.

A

B

C

Wyjaśniamy kolejność czynności:

Liczby występujące w odejmowaniu zapisujemy dokładnie jedności pod jednościami, dziesiątki pod dziesiątkami, setki pod setkami.

Odejmowanie rozpoczynamy od rzędu jedności.

Odejmujemy setki: $3 - 2 = 1$,
wynik zapisujemy pod setkami.

$$\begin{array}{r} 387 \\ -215 \\ \hline 172 \end{array}$$

Odejmujemy dziesiątki:
 $8 - 1 = 7$,
wynik zapisujemy pod dziesiątkami.

$$\begin{array}{r} 387 \\ -215 \\ \hline 72 \end{array}$$

Odejmujemy jedności:
 $7 - 5 = 2$,
wynik zapisujemy pod jednościami.

$$\begin{array}{r} 387 \\ -215 \\ \hline 2 \end{array}$$

Porównaj różnicę z krążkami ułożonymi na liczydłe.



ODEJMOWANIE SPOSOBEM PISEMNYM Z PRZEKROCZENIEM PROGU DZIESIĄTKOWEGO I SETKOWEGO W ZAKRESIE 1000

- 1 Książka ma 387 stron. Ewa przeczytała 192 strony. Ile stron ma jeszcze przeczytać?

Ewa obliczyła tak:

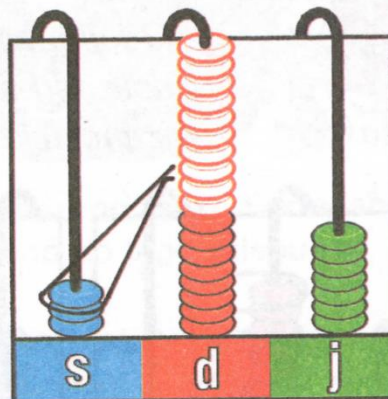
$$387 - 192 = 387 - 100 - 90 - 2 = 287 - 90 - 2 = 195$$

Odpowiedź: Ewa ma przeczytać 195 stron.

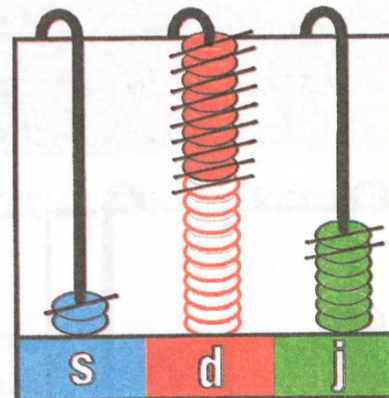
Uczymy się odejmowania sposobem pisemnym.

Zapisujemy tak:

s	d	j
3	8	7
1	9	2
1	9	5



Przyjrzyj się zamianie setek na dziesiątki. Wyjaśnij lub wykonaj na swoim liczydło.



Odczytujemy różnicę 195.



Wyjaśniamy kolejność czynności:
Odejmowanie rozpoczynamy od rzędu jedności.

Odejmujemy setki: $2 - 1 = 1$,
wynik zapisujemy
pod setkami.

$$\begin{array}{r} \textcircled{2} \textcircled{18} \\ \cancel{3} \cancel{8} 7 \\ - 192 \\ \hline 195 \end{array}$$

Odejmujemy dziesiątki, ale
od 8 nie można odjąć 9,
zamieniamy 1 setkę na
10 dziesiątek, razem jest
18 dziesiątek, $18 - 9 = 9$
wynik zapisujemy
pod dziesiątkami.

$$\begin{array}{r} \textcircled{2} \textcircled{18} \\ \cancel{3} \cancel{8} 7 \\ - 192 \\ \hline 95 \end{array}$$

Odejmujemy jedności:
 $7 - 2 = 5$,
wynik zapisujemy
pod jednościami.

$$\begin{array}{r} 387 \\ - 192 \\ \hline 5 \end{array}$$

Porównaj różnicę z ułożonymi krążkami na liczydło.



ODEJMOWANIE SPOSOBEM PISEMNYM TYPU: 900 – 426

1. Magdzia chce kupić album za 900 gr, ale ma tylko 426 gr. Ile pieniędzy brakuje Magdzi?

Magdzia obliczyła tak:

$$900 - 426 = 800 + 90 + 10 - 400 - 20 - 6 = 474$$

Odpowiedź: Magdzi brakuje 474 gr, czyli 4 zł 74 gr.

Uczymy się odejmowania sposobem pisemnym.

Odejmujemy na liczydłe dziesiątkowym.

Zamieniamy:

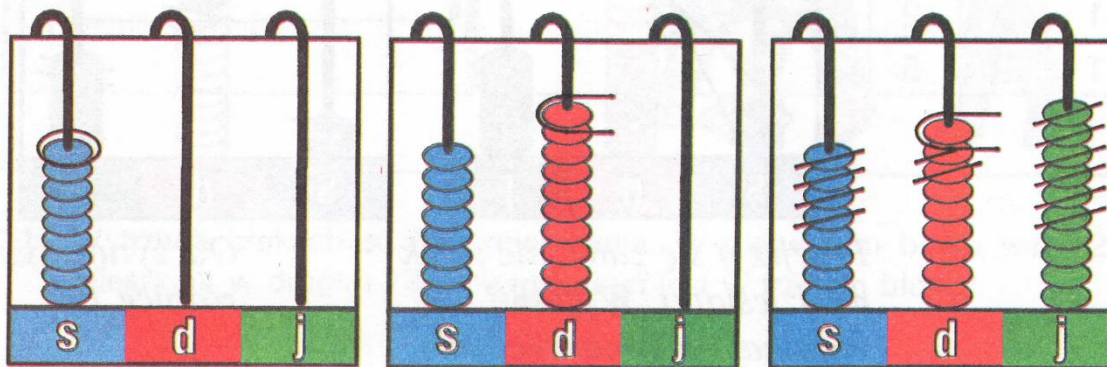
1 setkę na 10 dziesiątek

1 dziesiątkę na 10 jedności.

Odejmujemy na liczydłe

dziesiątkowym (po zamianie

jednostek w rzędach:)



Odczytujemy różnicę 474.

A

B

C



Wyjaśniamy kolejność czynności:

Odejmowanie rozpoczynamy od zamiany w kolejnych rzędach.

Po zamianie otrzymujemy 8 setek, 9 dziesiątek, 10 jednośc.

Odejmujemy setki: $8 - 4 = 4$,
wynik zapisujemy
pod setkami.

$$\begin{array}{r} \textcircled{8} \textcircled{10} \textcircled{10} \\ \cancel{8} \cancel{10} \cancel{10} \\ - 4 \ 2 \ 6 \\ \hline 4 \ 7 \ 4 \end{array}$$

Odejmujemy dziesiątki:
 $9 - 2 = 7$,
wynik zapisujemy
pod dziesiątkami.

$$\begin{array}{r} \textcircled{8} \textcircled{10} \textcircled{10} \\ \cancel{8} \cancel{10} \cancel{10} \\ - 4 \ 2 \ 6 \\ \hline 7 \ 4 \end{array}$$

Odejmujemy jednośc:
 $10 - 6 = 4$,
wynik zapisujemy
pod jednościami.

$$\begin{array}{r} \textcircled{8} \textcircled{10} \textcircled{10} \\ \cancel{8} \cancel{10} \cancel{10} \\ - 4 \ 2 \ 6 \\ \hline 4 \end{array}$$

Porównaj różnicę z krążkami ułożonymi na liczydłe.





Na czym polega trudność poszczególnych przykładów?



7. Odejmij w pamięci:

a) $8 - 0,7$

b) $4,7 - 0,8$

c) $2,83 - 0,3$

d) $3,5 - 0,42$

$5 - 3,2$

$2,5 - 1,7$

$6,58 - 3,5$

$5,4 - 1,03$

$6 - 0,42$

$8,2 - 4,5$

$9,41 - 2,1$

$9 - 2,27$





Obliczając sposobem pisemnym różnicę ułamków dziesiętnych, podpisujemy przecinek pod przecinkiem, jedności pod jednościami, części dziesiąte pod częściami dziesiątymi itd., a następnie postępujemy tak, jak przy odejmowaniu liczb naturalnych.

PRZYKŁADY

$$\begin{array}{r} 6,543 \\ - 3,850 \\ \hline 2,693 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 75,100 \\ - 1,236 \\ \hline 73,864 \end{array}$$

Jeśli w odjemnej i odjemniku ilość cyfr po przecinku nie jest taka sama, to możemy dopisać zera.





Mnożenie klasy I - III

- mnożenie jako skrócony zapis dodawania
- mnożenie liczb jednocyfrowych
- przemienność mnożenia
- łączność mnożenia
- liczby 0 i 1 w mnożeniu
- rozdzielność mnożenia względem dodawania i odejmowania
- pamięciowe opanowanie tabliczki mnożenia



Liczbę witających się par możemy obliczyć jeszcze inaczej. Ponieważ każdy z 6
zuchów witał się z 2 harcerzami, więc witających się par było:

$$2+2+2+2+2+2 = 12$$
$$\text{czyli } 6 \cdot 2 = 12$$

Dodawanie jednakowych składników
możemy zastępować mnożeniem.

Równości:

$$2 \cdot 6 = 12$$

$$6 \cdot 2 = 12$$

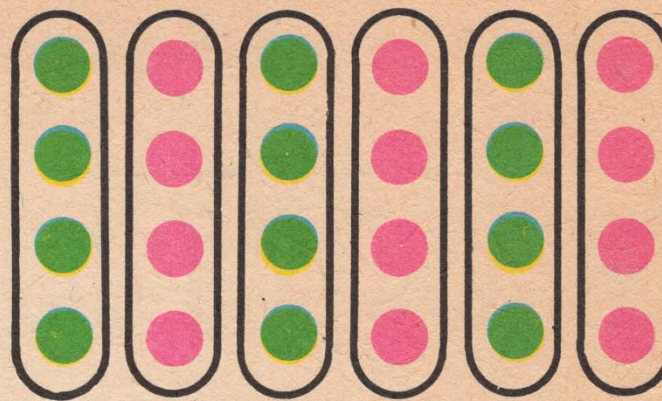
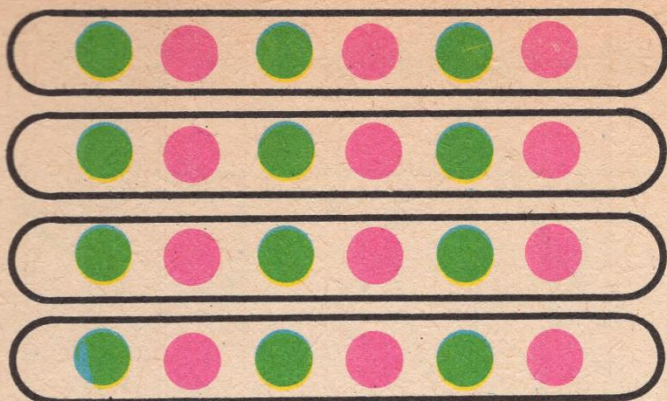
wskazują, że mnożenie (podobnie jak dodawanie) jest przemienne. Zmiana
kolejności czynników nie zmienia iloczynu. Taką własność ma każda para liczb.

Dla dowolnych liczb naturalnych a i b przemienność mnożenia zapisujemy:

$$a \cdot b = b \cdot a$$



1. Jak należy uzupełnić równości pod rysunkami:



$$6 + 6 + 6 + 6 = 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4$$
$$4 \cdot \dots = \dots \cdot \dots$$

2. Zapisz w postaci iloczynu i oblicz:

$$3 + 3 + 3 + 3 = 12$$

$$4 \cdot 3 = 12$$

$$7 + 7 + 7 + 7 + 7 =$$

$$4 + 4 + 4 + 4 =$$

$$9 + 9 + 9 + 9 + 9 + 9 =$$

$$5 + 5 + 5 + 5 + 5 =$$

$$5 \cdot 5 =$$

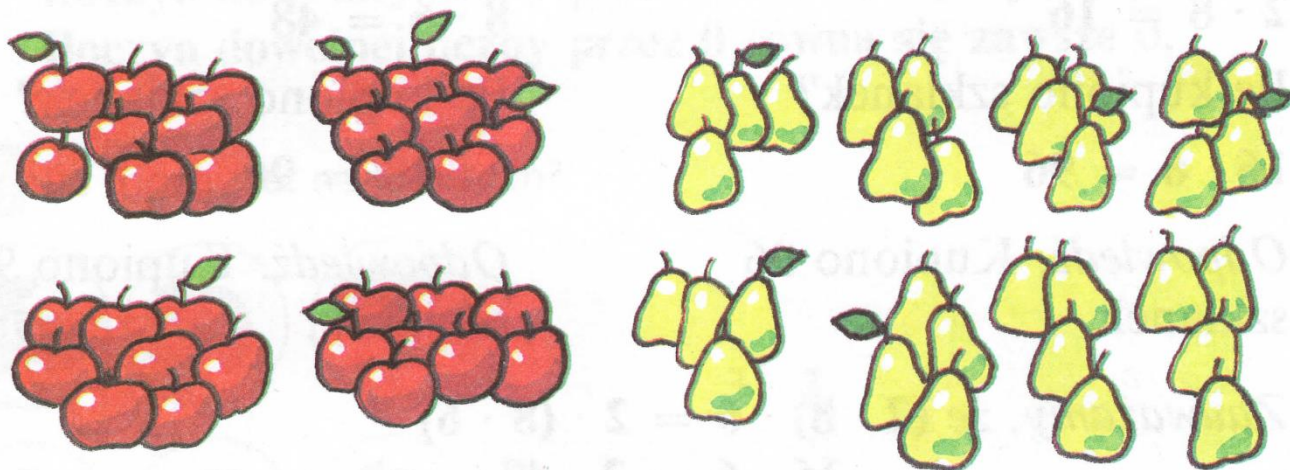
$$8 + 8 + 8 =$$

$$2 + 2 + 2 + 2 =$$

$$10 + 10 + 10 + 10 + 10 =$$



2 Ile jest jabłek? Ile jest gruszek? Których owoców jest więcej?



$$4 \cdot 8 = 32$$

$$8 \cdot 4 = 32$$

Odpowiedź: Są 32 jabłka i 32 gruszki.

Zauważamy, że:

$$5 \cdot 6 = 6 \cdot 5$$

$$4 \cdot 8 = 8 \cdot 4$$

$$30 = 30$$

$$32 = 32$$

W mnożeniu można zmieniać kolejność czynników, a iloczyn nie zmienia się.

Mnożenie jest przemienne.



Sprawdzian 3

Grupa B

1. Do jednej bluzki potrzeba 6 guzików.
Oblicz, ile guzików potrzeba do:

- czterech bluzek.

$$4 \cdot 6 = 24$$

$$4 \cdot 6 = 24$$

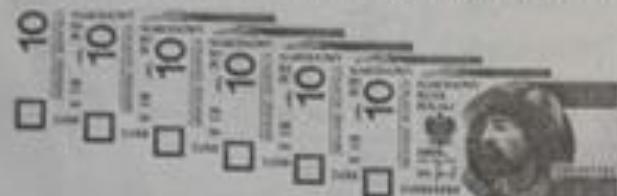
- trzech bluzek.

$$3 \cdot 6 = 18$$

$$3 \cdot 6 = 18$$

1p
2p.

2. Ile to pieniędzy? Zapisz odpowiednie działania.



$$6 \cdot 10 \text{ zł} = 60 \text{ zł}$$

$$10 \cdot 6 = 60$$

2p
3p.



3+

$$8 \cdot 2 = 16$$

$$8 \cdot 2 \text{ zł} = 16 \text{ zł}$$

$$5 \cdot 5 = 25 \text{ zł}$$

wne wyniki.

$$2 \cdot 8 =$$

18

16

$$5 \cdot 6 =$$

30

18

$$3 \cdot 7 =$$

21

17

3p
3p.

4. Do wykonania jednego obrazu w kształcie kwadratu potrzebne są 4 jednakowe deseczki. Ile deseczek potrzeba, żeby przygotować 6 takich samych obrazów?

1.5p
3p.

Obliczenie:

$$4 \cdot 6 = 24$$

$$6 \cdot 4 = 24$$

Odpowiedź:

potrzeba do 6 obrazów 24 deseczki

potrzeba do 6 obrazów 24 deseczki

★ <http://www.edziecko.pl/Junior/7,160035,24605126,uczen-otrzymal-poprawny-wynik-mnozenia-ale-nauczyciel-odjal.html#g=z&s=BoxLSLink>

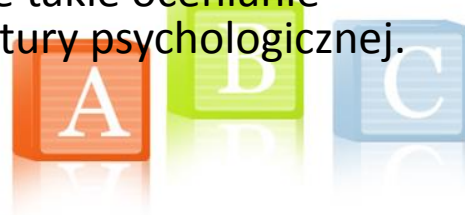
Kiedy po raz pierwszy dziecko spotyka się w szkolnej edukacji z mnożeniem, pokazywane jest ono jako skrócony zapis dodawania (powiązanie mnożenia ze znanym dzieciom działaniem matematycznym – dodawaniem). Wówczas kolejność zapisu czynników ma znaczenie – 6×4 to skrócony zapis dodawania sześciu czwórek (dodawaliśmy 6 czwórek).

Jednak celem nauczania jest ukształtowanie u uczniów pojęcia mnożenia, jako operacji na liczbach. Dlatego też bardzo szybko uzmysławia się dzieciom przemienność mnożenia.

W odniesieniu do konkretnych oznaczono to, że przy czterech bluzkach po 6 guzików, to to samo, co po sześć guzików przy każdej z 4 bluzek. A zatem kolejność zapisu czynników może być dowolna.

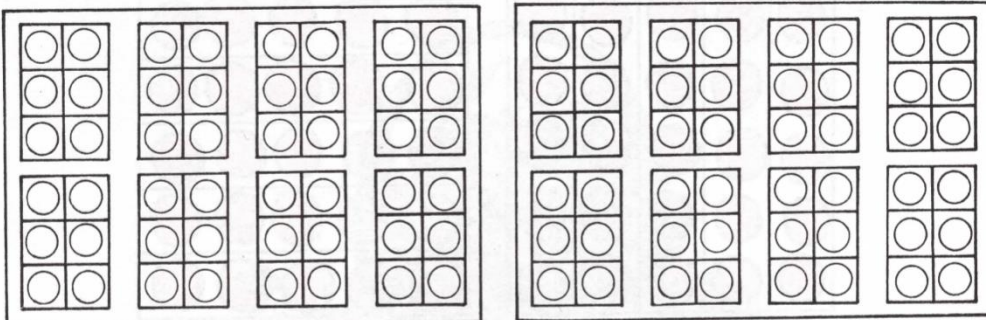
Uważam, że sposób punktowania zadań przez nauczycielkę jest niesłuszny. Pokazuje on, że nauczycielka uważa, że uczeń powinien funkcjonować na poziomie najprostszego rozumowania, że mnożenie jest skróconym zapisem dodawania, natomiast uczeń zdaje się być w swoich rozumowaniach na poziomie wyższym – mnożenie jest operacją na liczbach i jest przemienne.

Poza argumentami matematyczno-metodycznymi, dodać należy, że takie ocenianie rozwiązywania zadań przez nauczycielkę, przynosi uczniom szkody natury psychologicznej. Zatem jest ze wszech miar szkodliwe.



MNOŻENIE LICZB W ZAKRESIE 100.
ŁĄCZNOŚĆ MNOŻENIA $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$

- 1 Do kawiarni kupiono 2 opakowania szklanek. W każdym opakowaniu jest 8 pudełek, a w każdym pudełku jest po 6 szklanek. Ile szklanek kupiono do kawiarni?



Weronka liczyła tak:

Ile pudełek jest w
2 opakowaniach?

$$2 \cdot 8 = 16$$

Ile kupiono szklanek?

$$16 \cdot 6 = 96$$

Odpowiedź: Kupiono 96
szklanek.

Kacper liczył tak:

Ile było szklanek w
1 opakowaniu?

$$8 \cdot 6 = 48$$

Ile kupiono szklanek?

$$2 \cdot 48 = 96$$

Odpowiedź: Kupiono 96
szklanek.

Zauważamy, że $(2 \cdot 8) \cdot 6 = 2 \cdot (8 \cdot 6)$

$$16 \cdot 6 = 2 \cdot 48$$

$$96 = 96$$

*W mnożeniu można łączyć kolejne czynniki w grupy, a iloczyn nie
zmieni się.*

Mnożenie jest łączne.



MNOŻENIE LICZB W ZAKRESIE 100. LICZBY 0 I 1 W MNOŻENIU

Iloczyn dowolnej liczby przez 1 równa się tej liczbie.
Iloczyn dowolnej liczby przez 0 równa się zawsze 0.

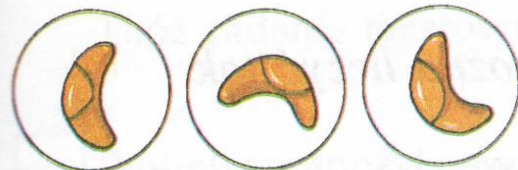
2 Ile rogali jest na talerzach?



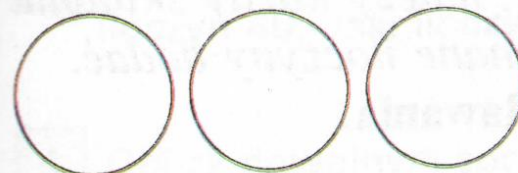
$$3 \cdot 3$$



$$3 \cdot 2$$



$$3 \cdot 1$$

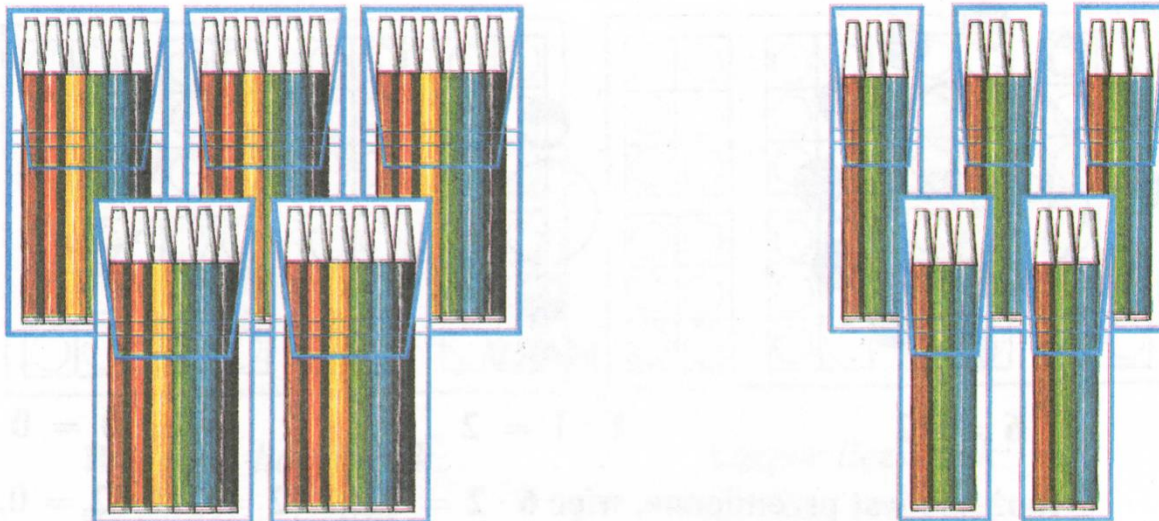


$$3 \cdot 0$$



MNOŻENIE LICZB W ZAKRESIE 100. ROZDZIELNOŚĆ MNOŻENIA WZGLĘDEM DODAWANIA $(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$

- 1 Do sklepu szkolnego sprowadzono flamastry w różnych paczkach. Było 5 paczek po 6 flamastrów i 5 paczek po 3 flamastry. Ile sztuk flamastrów sprowadzono do sklepu?



Olek liczył tak:

W 1 dużym i 1 małym
opakowaniu jest $6 + 3 = 9$
flamastrów.

W 5 opakowaniach jest
 $5 \cdot 9 = 45$ flamastrów.

Odpowiedź: Do sklepu sprowadzono 45 flamastrów.

Jurek liczył tak:

W 5 dużych opakowaniach
jest $5 \cdot 6 = 30$ flamastrów.

W 5 małych opakowaniach jest
 $5 \cdot 3 = 15$ flamastrów. Razem
jest $30 + 15 = 45$ flamastrów.

A

B

C



Do czego to się uczniom przyda?

Zauważamy, że $5 \cdot (6 + 3) = 5 \cdot 6 + 5 \cdot 3$
 $5 \cdot 9 = 30 + 15$
 $45 = 45$

Ponieważ mnożenie jest przemienne, można liczyć tak:

$$(6 + 3) \cdot 5 = 6 \cdot 5 + 3 \cdot 5$$

Aby sumę pomnożyć przez daną liczbę, należy każdy składnik sumy pomnożyć przez tę liczbę i otrzymane iloczyny dodać.

Mnożenie jest rozdzielne względem dodawania.

2 Oblicz stosując rozdzielność mnożenia względem dodawania:

$$4 \cdot (5 + 3) \qquad (8 + 2) \cdot 6$$

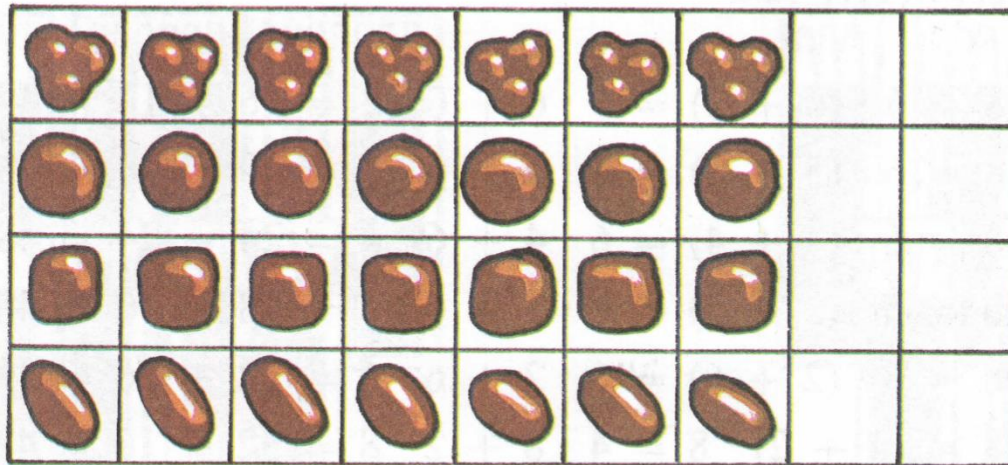
Do każdego wyrażenia ułóż zadanie tekstowe.





MNOŻENIE LICZB W ZAKRESIE 100. ROZDZIELNOŚĆ MNOŻENIA WZGLĘDEM ODEJMOWANIA $(a - b) \cdot c = a \cdot c - b \cdot c$ $a > b$

- 1 W pudełku były czekoladki ułożone w 4 rzędach. W każdym rzędzie było 9 czekoladek. Dzieci zjadły po 2 czekoladki z każdego rzędu. Ile czekoladek zostało?



Marek liczył tak:

W 1 rzędzie zostało

$9 - 2 = 7$ czekoladek.

W pudełku zostało

$4 \cdot 7 = 28$ czekoladek.

Hanka liczyła tak:

W pudełku było

$4 \cdot 9 = 36$ czekoladek.

Dzieci zjadły

$4 \cdot 2 = 8$ czekoladek.

Zostało $36 - 8 = 28$ czekoladek.

Odpowiedź: Zostało 28 czekoladek.





Zauważamy, że: $4 \cdot (9 - 2) = 4 \cdot 9 - 4 \cdot 2$

$$4 \cdot 7 = 36 - 8$$

$$28 = 28$$

Ponieważ mnożenie jest przemienne można liczyć tak:

$$(9 - 2) \cdot 4 = 9 \cdot 4 - 2 \cdot 4$$

$$7 \cdot 4 = 36 - 8$$

$$28 = 28$$

Aby różnicę pomnożyć przez daną liczbę, należy odjemną pomnożyć przez tę liczbę, odjemnik pomnożyć przez tę liczbę, a następnie od pierwszego iloczynu odjąć drugi iloczyn.

Mnożenie jest rozdzielne względem odejmowania.

- 2** Oblicz stosując rozdzielność mnożenia względem odejmowania.
Do każdego wyrażenia arytmetycznego ułóż zadanie tekstowe i rozwiąż je.

$$5 \cdot (8 - 3)$$

$$(10 - 7) \cdot 5$$



drugi operand

p
i
e
r
w
s
z
y

o
p
e
r
a
n
d

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

A

B

C



Mnożenie klasa IV i dalsze

Mnożenie pisemne

- przez liczbę jednocyfrową
- przez liczbę wielocyfrową
- przez liczbę z zerami na końcu

Wielokrotności liczby

Wspólne wielokrotności liczb

Najmniejsza wspólna wielokrotność

Mnożenie ułamków dziesiętnych przez liczbę całkowitą

Mnożenie ułamków dziesiętnych



- 
- 1 W sali kinowej w każdym rzędzie jest 78 miejsc. Dzieci z naszej szkoły zajęły 3 pełne rzędy. Ile dzieci z naszej szkoły przyszło do kina?

Dane:

3 rzędy po 78 miejsc

Dorota obliczyła tak:

$$3 \cdot 78 = 3 \cdot (70 + 8) = 3 \cdot 70 + 3 \cdot 8 = 210 + 24 = 234$$

Janek liczył tak:

$$3 \cdot 78 = 3 \cdot (80 - 2) = 3 \cdot 80 - 3 \cdot 2 = 240 - 6 = 234$$

Odpowiedź: Do kina przyszło 234 dzieci.

Z jakiej własności mnożenia korzystały dzieci, gdy rozwiązywały zadanie 1?



1 Ada i Tomek mają obliczyć iloczyn liczb: 2 i 124

Tomek liczył tak:

$$\begin{array}{r} 124 \\ + 124 \\ \hline 248 \end{array}$$

Ada liczyła tak:

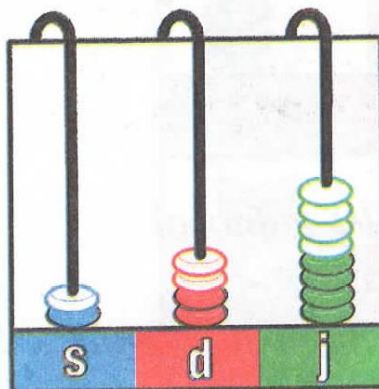
$$\begin{aligned} 2 \cdot 124 &= 2 \cdot (100 + 20 + 4) = 2 \cdot 100 + 2 \cdot 20 + 2 \cdot 4 = \\ &= 200 + 40 + 8 = 248 \end{aligned}$$

Uczymy się mnożenia sposobem pisemnym

Zapisujemy tak:

Na każdym pręcie liczydła układamy 2 razy po tyle samo krążków.

s	d	j
1	2	4
2	4	8



*Odczytujemy
iloczyn 248.*

A

B

C

Wyjaśniamy kolejność czynności:
Mnożenie rozpoczynamy od rzędu jedności.

Mnożymy setki: $2 \cdot 1 = 2$,
wynik zapisujemy pod setkami.

$$\begin{array}{r} 124 \\ \cdot \quad 2 \\ \hline 248 \end{array}$$

Mnożymy dziesiątki:
 $2 \cdot 2 = 4$
wynik zapisujemy pod dziesiątkami.

$$\begin{array}{r} 124 \\ \cdot \quad 2 \\ \hline 48 \end{array}$$

Mnożymy jedności:
 $2 \cdot 4 = 8$,
wynik zapisujemy pod jednościami.

$$\begin{array}{r} 124 \\ \cdot \quad 2 \\ \hline 8 \end{array}$$

Porównaj iloczyn z krążkami ułożonymi na liczydło.





Mnożenie rozpoczynamy od rzędu jedności.

Liczmy setki: $2 + 3 \cdot 2 = 8$,
wynik zapisujemy pod setkami.

$$\begin{array}{r} 2 \\ 283 \\ \cdot \quad 3 \\ \hline 849 \end{array}$$

Mnożymy dziesiątki:
 $3 \cdot 8 = 24$,
24 dziesiątki to 2 setki
i 4 dziesiątki, 4 zapisujemy
pod dziesiątkami, 2 setki
dodajemy do iloczynu
setek.

$$\begin{array}{r} 2 \\ 283 \\ \cdot \quad 3 \\ \hline 49 \end{array}$$

Mnożymy jedności:
 $3 \cdot 3 = 9$,
wynik zapisujemy
pod jednościami.

$$\begin{array}{r} 283 \\ \cdot \quad 3 \\ \hline 9 \end{array}$$



Mnożenie rozpoczynamy od rzędu jedności.

Mnożymy setki: $2 \cdot 2 = 4$,
wynik zapisujemy
pod setkami.

$$\begin{array}{r} 248 \\ \cdot \quad 2 \\ \hline 496 \end{array}$$

Liczymy
dziesiątki:
 $1 + 2 \cdot 4 = 9$,
wynik
zapisujemy
pod dziesiątkami.

$$\begin{array}{r} 1 \\ 248 \\ \cdot \quad 2 \\ \hline 96 \end{array}$$

Mnożymy
jedności:
 $2 \cdot 8 = 16$,
16 jedności to 1 dziesiątka
i 6 jedności, 6 zapisujemy
pod jednościami,
1 dziesiątkę dodajemy
do iloczynu dziesiątek.

$$\begin{array}{r} 1 \\ 248 \\ \cdot \quad 2 \\ \hline 6 \end{array}$$



MNOŻENIE PISEMNE PRZESZ LICZBY JEDNOCYFROWE

Popatrz na poniższy rysunek. Ile złotych trzeba zapłacić za cztery koła samochodowe?

Aby odpowiedzieć na to pytanie, możemy dodać 4 liczby:

$$\begin{array}{r} 219 \\ 219 \\ 219 \\ + 219 \\ \hline 876 \end{array}$$



Możemy także pomnożyć 219 przez 4, na przykład tak:

$$\begin{array}{r} 219 \\ \cdot 4 \\ \hline 36 \leftarrow 4 \cdot 9 \\ 40 \leftarrow 4 \cdot 10 \\ + 800 \leftarrow 4 \cdot 200 \\ \hline 876 \end{array}$$

$4 \cdot 219$
to
 $4 \cdot 200$ dodać $4 \cdot 10$ dodać $4 \cdot 9$



ĆWICZENIE. Znajdź liczbę 5 razy większą niż 327.



Obliczając sposobem pisemnym iloczyn $219 \cdot 4$, mnożymy przez 4 kolejno jednostki, dziesiątki i setki liczby 219 i zapisujemy to mnożenie w następujący sposób:

Najpierw jednostki liczby 219
mnożymy przez 4:

$$4 \cdot 9 = 36$$

36 jednostki to
3 dziesiątki i 6 jednostki.

$$\begin{array}{r} 3 \\ 219 \\ \cdot 4 \\ \hline 6 \end{array}$$



Potem dziesiątki liczby 219
mnożymy przez 4:

$$4 \cdot 1 = 4$$

i dodajemy 3 dziesiątki:

$$4 + 3 = 7$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ 219 \\ \cdot 4 \\ \hline 76 \end{array}$$



Na końcu setki
liczby 219
mnożymy przez 4:

$$4 \cdot 2 = 8$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ 219 \\ \cdot 4 \\ \hline 876 \end{array}$$

PRZYKŁADY

$$\begin{array}{r} 2 \\ 419 \\ \cdot 3 \\ \hline 1257 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 21 \\ 1042 \\ \cdot 7 \\ \hline 7294 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 321 \\ 4652 \\ \cdot 5 \\ \hline 23260 \end{array}$$



MNOŻENIE PRZEZ LICZBY Z ZERAMI NA KOŃCU

ĆWICZENIE. Przypomnij sobie, jak mnożymy liczby przez 10 i 100. Czy pamiętasz, jak mnożymy liczby przez 20, 200 itp.? (Zobacz przykłady na str. 19). Oblicz:

a) $7 \cdot 200$ $70 \cdot 20$ $70 \cdot 200$ b) $13 \cdot 20$ $13 \cdot 200$ $130 \cdot 20$

Gdy mnożymy przez liczby 20, 200, 30, 300 itp., postępujemy tak samo jak przy mnożeniu przez liczby jednocyfrowe, a potem do wyniku dopisujemy zera. Obliczmy pisemnie iloczyn liczb 524 i 700:

Podpisujemy 7
pod cyfrą jedności.

$$\begin{array}{r} 524 \\ \cdot 700 \\ \hline \end{array}$$

Mnożymy 524
przez 7.

$$\begin{array}{r} 12 \\ 524 \\ \cdot 700 \\ \hline 3668 \end{array}$$

Dopisujemy
dwa zera.

$$\begin{array}{r} 12 \\ 524 \\ \cdot 700 \\ \hline 366800 \end{array}$$

Podobnie postępujemy,
gdy zera występują na
końcu obu czynników.

PRZYKŁAD

$$\begin{array}{r} 83600 \\ \cdot 40 \\ \hline 3344000 \end{array}$$

← 2 zera
← 1 zero
← 3 zera





MNOŻENIE PISEMNE PRZESZ LICZBY WIELOCYFROWE

N
299

Potrafimy już mnożyć pisemnie przez liczby jednocyfrowe oraz przez 20, 30, 40 itd. Wykorzystamy te umiejętności do pisemnego mnożenia dowolnych liczb wielocyfrowych.

ĆWICZENIE. Oblicz w pamięci poniższe iloczyny. Spróbuj opisać, w jaki sposób wykonujesz takie obliczenia.

$$3 \cdot 18$$

$$2 \cdot 47$$

$$4 \cdot 13$$

$$5 \cdot 21$$

$$3 \cdot 24$$



3 · 24
to
3 · 20 dodać 3 · 4

Gdy obliczamy iloczyn $3 \cdot 24$, to mnożymy 3 przez 20 oraz 3 przez 4, a następnie dodajemy otrzymane wyniki.

$$3 \cdot 24 = 3 \cdot 20 + 3 \cdot 4$$



Podobnie postępujemy, obliczając iloczyn $173 \cdot 24$ — mnożymy 173 przez 20 oraz 173 przez 4, a na końcu dodajemy wyniki.

$$173 \cdot 24 = 173 \cdot 20 + 173 \cdot 4$$

Obliczenia te możemy wykonać sposobem pisemnym:

$$\begin{array}{r} 1 \\ 173 \\ \cdot \quad 20 \\ \hline 3460 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 21 \\ 173 \\ \cdot \quad 4 \\ \hline 692 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11 \\ 692 \\ + 3460 \\ \hline 4152 \end{array}$$

$173 \cdot 24$
to
 $173 \cdot 20$ dodać $173 \cdot 4$



Wszystkie te działania możemy zapisać w jednym słupku:

Najpierw mnożymy
173 przez 4 jedności.

$$\begin{array}{r} 173 \\ \cdot \quad 24 \\ \hline 692 \end{array}$$

Potem mnożymy
173 przez 2 dziesiątki.

$$\begin{array}{r} 173 \\ \cdot \quad 24 \\ \hline 692 \\ 3460 \end{array}$$

Na końcu
dodajemy wyniki
mnożenia.

$$\begin{array}{r} 173 \\ \cdot \quad 24 \\ \hline 692 \\ + 3460 \\ \hline 4152 \end{array}$$



Gdy mnożymy przez liczbę trzycyfrową, postępujemy w podobny sposób. W zapisie można pominąć niektóre zera.

PRZYKŁAD

Można zapisać tak:

$$\begin{array}{r}
 457 \\
 \cdot 123 \\
 \hline
 1371 \leftarrow 3 \cdot 457 \\
 9140 \leftarrow 20 \cdot 457 \\
 +45700 \leftarrow 100 \cdot 457 \\
 \hline
 56211
 \end{array}$$

Można też pominąć zera:

$$\begin{array}{r}
 457 \\
 \cdot 123 \\
 \hline
 1371 \\
 914 \\
 +457 \\
 \hline
 56211
 \end{array}$$

Popatrz, jak mnożymy przez liczby, w których zapisie występują zera w środku.

PRZYKŁAD

Można zapisać tak:

$$\begin{array}{r}
 1294 \\
 \cdot 306 \\
 \hline
 7764 \\
 0000 \\
 +3882 \\
 \hline
 395964
 \end{array}$$

Taki zapis jest krótszy:

$$\begin{array}{r}
 1294 \\
 \cdot 306 \\
 \hline
 7764 \\
 +3882 \\
 \hline
 395964
 \end{array}$$

A

B

C



Poniższe przykłady pokazują, jak mnożymy liczby, w których występują zera na końcu.

PRZYKŁADY

$$\begin{array}{r} 640 \\ \cdot 2300 \\ \hline 1920 \\ + 12800 \\ \hline 1472000 \end{array}$$

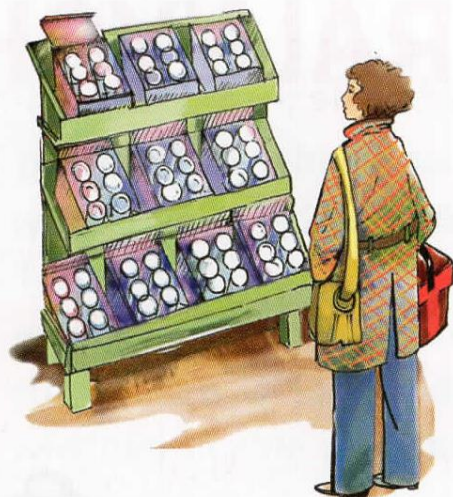
$$\begin{array}{r} 89700 \\ \cdot 4080 \\ \hline 717600 \\ + 3588000 \\ \hline 365976000 \end{array}$$





WIELOKROTNOŚCI

N
318



ĆWICZENIE A. Szklanki sprzedaje się w kompletach po 6 sztuk. Ile jest szklanek w dwóch, ile w trzech, a ile w czterech kompletach?

Jeśli w komplecie jest 6 szklanek, to liczba szklanek, które można kupić, wynosi:

0, 6, 12, 18, 24, 30, ...

Powyższe liczby nazywamy **wielokrotnościami** liczby 6.

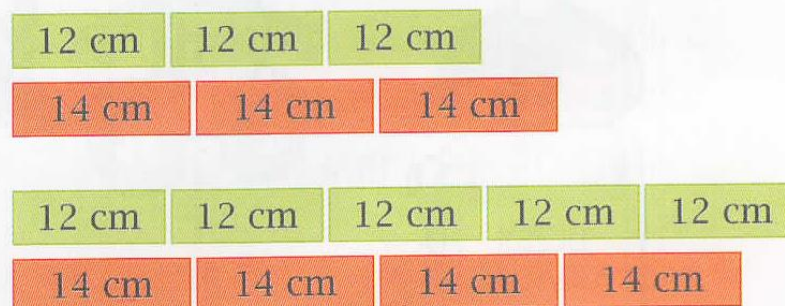
Każda wielokrotność liczby 6 jest wynikiem mnożenia liczby 6 przez pewną liczbę naturalną:

$$0 = 6 \cdot 0, \quad 6 = 6 \cdot 1, \quad 12 = 6 \cdot 2, \quad 18 = 6 \cdot 3, \quad 24 = 6 \cdot 4, \dots$$





Ola układała zielone paski z jednakowych prostokątów o długości 12 cm, a Wojtek układał czerwone paski z jednakowych prostokątów o długości 14 cm.



ĆWICZENIE C. Jakie długości mają zielone, a jakie — czerwone paski przedstawione na rysunku? Jak myślisz, czy zielony i czerwony pasek mogą mieć taką samą długość?

Po kilku próbach Oli i Wojtkowi udało się ułożyć zielony i czerwony pasek tej samej długości. Jaką długość mógł mieć każdy z tych pasków?





Zauważ, że długości zielonych pasków wyrażone w centymetrach to wielokrotności liczby 12, a długości czerwonych pasków to wielokrotności liczby 14. Aby odpowiedzieć na zadane pytanie, musimy więc znaleźć taką liczbę naturalną różną od 0, która jest zarówno wielokrotnością liczby 12, jak i liczby 14. Innymi słowy, musimy znaleźć wspólną wielokrotność liczb 12 i 14.

Wielokrotności liczby 12: 0 12 24 36
48 60 72 **84** 96 108 120 132 144
156 **168** 180 192 204 216 228 240
252 264 276 288 300 312 324 **336**

Wielokrotności liczby 14: 0 14 28 42
56 70 **84** 98 112 126 140 154
168 182 196 210 224 238 **252** 266
280 294 308 322 **336** 350 364 378

Obok zapisano kolejne wielokrotności liczb 12 i 14. Zaznaczone liczby: 84, 168, 252, 336 to wspólne, różne od zera wielokrotności liczb 12 i 14. **Najmniejszą wspólną wielokrotnością**, w skrócie **NWW**, liczb 12 i 14 jest 84. Zapisujemy to tak:

$$\text{NWW}(12, 14) = 84$$

ĆWICZENIE D. Wypisz kilka wielokrotności liczb 6 i 9. Znajdź NWW(6, 9).



0,5

MNOŻENIE UŁAMKÓW DZIESIĘTNYCH PRZEZ LICZBY NATURALNE

N
359

ĆWICZENIE A. Oblicz w pamięci (możesz zastąpić mnożenie dodawaniem lub liczyć tak, jak pokazano w przykładzie poniżej):

a) $2 \cdot 0,5$

c) $7 \cdot 0,2$

e) $2 \cdot 1,5$

g) $4 \cdot 2,5$

b) $3 \cdot 0,3$

d) $2 \cdot 0,8$

f) $3 \cdot 1,5$

h) $6 \cdot 5,1$

$$2,13 \cdot 5 = 10,65$$

2 razy 5 to 10,
a 13 setnych razy 5
to 65 setnych,
 $10 + 0,65$ to 10,65



$$2 \cdot 3,6 = 7,2$$

2 razy 3 to 6,
a 2 razy 6 dziesiątych
to 12 dziesiątych, czyli 1,2
 $6 + 1,2$ to 7,2



A

B

C



ĆWICZENIE B. Popatrz na tabelkę mnożenia. W wierszu na niebieskim tle wpisane są wyniki działań: $2 \cdot 124$, $2 \cdot 12,4$, $2 \cdot 1,24$, $2 \cdot 0,124$. W wierszu na zielonym tle, zapisane są wyniki działań: $6 \cdot 124$, $6 \cdot 12,4$, $6 \cdot 1,24$, $6 \cdot 0,124$. Co można zauważyć? Jak myślisz, jakie liczby należy wpisać w puste miejsca tabeli?

$\times$	124	12,4	1,24	0,124
2	248	24,8	2,48	0,248
6	744	74,4	7,44	0,744
17	2108			

Przyjrzyj się kolejnym działaniom, które zapisano poniżej. Można zauważyć, że cyfry, które wystąpiły w pierwszym wyniku, wystąpiły także w pozostałych wynikach, inne jest jedynie położenie przecinka.





$$1\ 2\ 4 \cdot 2 = 2\ 4\ 8$$

jedna cyfra po przecinku

$$1\ 2,\underline{4} \cdot 2 = 2\ 4,\underline{8}$$

jedna cyfra po przecinku

dwie cyfry po przecinku

$$1,\underline{2}\ \underline{4} \cdot 2 = 2,\underline{4}\ \underline{8}$$

dwie cyfry po przecinku

trzy cyfry po przecinku

$$0,\underline{1}\ \underline{2}\ \underline{4} \cdot 2 = 0,\underline{2}\ \underline{4}\ \underline{8}$$

trzy cyfry po przecinku

Zwróć uwagę, że w każdej z kolejnych równości jest tyle samo cyfr po przecinku po lewej stronie i po prawej stronie.





ĆWICZENIE C. a) Korzystając z wyniku mnożenia liczb naturalnych, zastąp znaki zapytania odpowiednimi liczbami.

$$327 \cdot 14 = 4578$$

$$350 \cdot 18 = 6300$$

$$32,7 \cdot 14 = ?$$

$$350 \cdot 0,18 = ?$$

a) Oblicz sposobem pisemnym $142 \cdot 13$, a następnie podaj wyniki następujących działań:

$$1,42 \cdot 13$$

$$142 \cdot 0,13$$

$$0,142 \cdot 13$$





Mnożąc ułamek dziesiętny przez liczbę naturalną, wykonujemy działania tak jak na liczbach naturalnych, a w wyniku oddzielamy przecinkiem (od prawej strony) tyle cyfr, ile cyfr było po przecinku w ułamku dziesiętnym. Łatwe działania można wykonać w pamięci. Jeśli działania są trudniejsze, obliczenia wykonujemy sposobem pisemnym.

PRZYKŁADY

$$\begin{array}{c} 2,7 \cdot 4 = 10,8 \\ \uparrow \qquad \qquad \uparrow \\ 1 \text{ cyfra} \quad 1 \text{ cyfra} \\ \text{po przecinku} \quad \text{po przecinku} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} 0,45 \cdot 3 = 1,35 \\ \uparrow \qquad \qquad \uparrow \\ 2 \text{ cyfry} \quad 2 \text{ cyfry} \\ \text{po przecinku} \quad \text{po przecinku} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6,454 \quad \leftarrow 3 \text{ cyfry po przecinku} \\ \cdot \quad 250 \\ \hline 32270 \\ 12908 \\ \hline 1613,500 \quad \leftarrow 3 \text{ cyfry po przecinku} \end{array}$$





0,5

MNOŻENIE UŁAMKÓW DZIESIĘTNYCH

N
360

ĆWICZENIE A. Pomnóż liczby, zamieniając każdą z nich na ułamek zwykły. Otrzymany wynik zapisz w postaci dziesiętnej.

a) $0,2 \cdot 0,3$

b) $0,1 \cdot 0,1$

c) $0,4 \cdot 0,2$

d) $0,9 \cdot 0,8$

Dla każdego z tych iloczynów ustal, ile cyfr po przecinku występuje w otrzymanym wyniku, a ile w obu czynnikach.

Obok zapisano wyniki kilku działań. Można zauważyć, że gdy dodamy liczbę cyfr po przecinku występujących w obu czynnikach, to otrzymamy liczbę cyfr występującą po przecinku w wyniku mnożenia.

$$0,6 \cdot 21 = 1,26$$

$$0,6 \cdot 0,21 = 0,126$$

$$0,06 \cdot 2,1 = 0,126$$



ĆWICZENIE B. Korzystając z równości $9 \cdot 86 = 774$, oblicz iloczyny:

$$0,9 \cdot 8,6$$

$$0,9 \cdot 0,86$$

$$0,09 \cdot 8,6$$

$$0,09 \cdot 0,086$$

Mnożąc dwa ułamki dziesiętne, wykonujemy działania tak jak na liczbach naturalnych, a w otrzymanym wyniku oddzielamy przecinkiem (od prawej strony) tyle cyfr, ile łącznie cyfr po przecinku było w obu czynnikach.

PRZYKŁADY

$$\begin{array}{ccc} 0,06 & \cdot & 0,2 = 0,012 \\ \uparrow & & \uparrow \quad \uparrow \\ 2 \text{ cyfry} & & 1 \text{ cyfra} \quad 3 \text{ cyfry} \\ \text{po przecinku} & & \text{po przecinku} \quad \text{po przecinku} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0,127 \leftarrow 3 \text{ cyfry po przecinku} \\ \cdot \quad 6,08 \leftarrow 2 \text{ cyfry po przecinku} \\ \hline 1016 \\ + 762 \\ \hline 0,77216 \leftarrow 5 \text{ cyfr po przecinku} \end{array}$$





Dzielenie klasy I-III

Dzielenie jako czynność

- mieszczzenie – rozdzielanie po kilka
- podział – dzielenie na ileś części

Dzielenie liczb przez siebie

Dzielenie jako działanie odwrotne do mnożenia

- dzielenie, a tabliczka mnożenia



1 Ułóż trzy zadania do obrazka według podanych pytań i wzorów.



Ile jest ciastek na trzech talerzykach? $4 + 4 + 4 = 12$

$$3 \cdot 4 = 12$$

Ile talerzyków zajęto ciastkami?

$$12 : 4 = 3$$

Po ile ciastek położono na talerzyku?

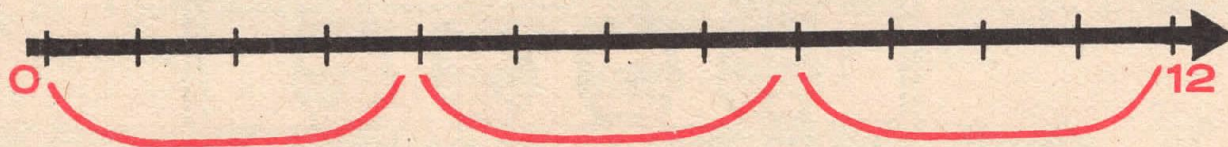
$$12 : 3 = 4$$



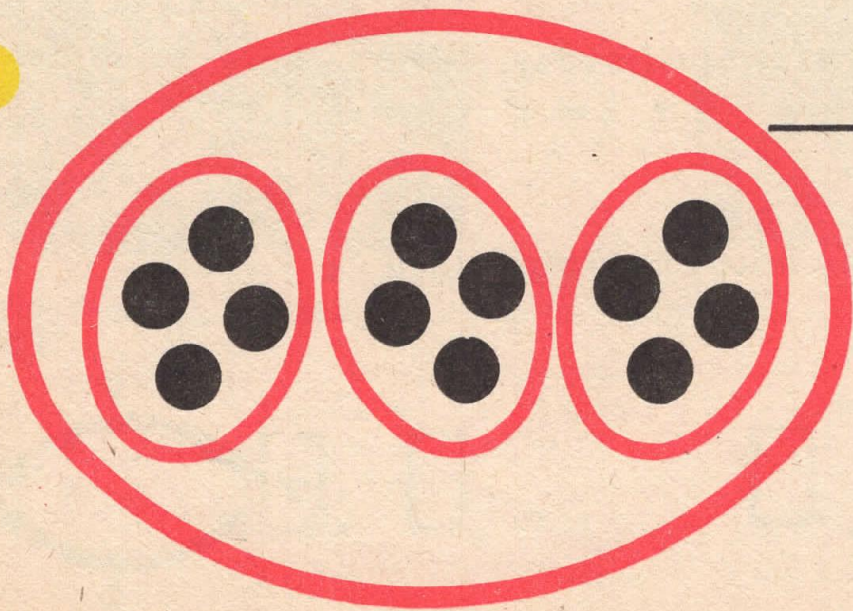


2 Porównaj, czy rysunki a) i b) są odpowiednie do zadania pierwszego.

a



b



$$4 + 4 + 4 = 12$$

$$3 \cdot 4 = 12$$

$$12 : 4 = 3$$

$$12 : 3 = 4$$

A

B

C



1 Ułóż 3 zadania dla obrazka według wzorów:

$$4 \cdot \blacksquare = 8$$

$$8 : \blacksquare = 4$$

$$8 : \blacksquare = 2$$

Przedstaw te zadania na osi i napisz pod rysunkiem trzy wzory. Zamiast kratki wstaw odpowiednią liczbę.

2 Ułóż do obrazka zadanie na mnożenie i rozwiąż.

Przekształć to zadanie w dwa zadania na dzielenie, według pytań:

- Na ilu półkach ustawiono dzbanki?
- Po ile dzbanków postawiono na każdej półce?

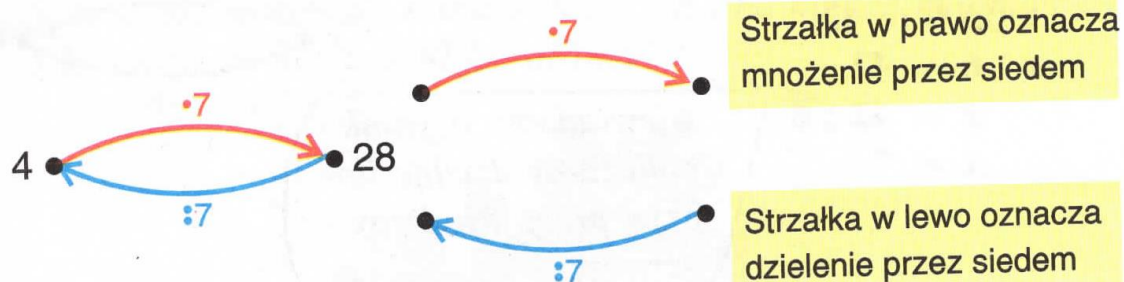


ZWIĄZEK MNOŻENIA Z DZIELENIEM. LICZENIE W ZAKRESIE 100

1 Mnożenie i dzielenie przedstawiamy za pomocą grafu:

$$4 \cdot 7 = 28$$

$$28 : 7 = 4$$



Mnożenie i dzielenie można przedstawić na osi liczbowej:

$$4 \cdot 3 = 12$$



$$12 : 3 = 4$$

2 Weź 20 klocków i wykonaj czynności zgodnie z działaniami:

$$20 : 4 = 5, \quad 20 : 5 = 4,$$

$$4 \cdot 5 = 20, \quad 5 \cdot 4 = 20.$$

Mówimy, że dzielenie jest działaniem odwrotnym do mnożenia.



drugi operand

p
i
e
r
w
s
z
y

o
p
e
r
a
n
d

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

A

B

C



Klasa IV i dalsze

Dzielniki liczby

Cechy podzielności

Dzielenie z resztą

Rozdzielność dzielenia

Dzielenie pisemne

- przez liczbę jednocyfrową
- przez liczbę dwu- , trzycyfrową

Dzielenie ułamków dziesiętnych

- przez liczbę naturalną
- przez liczbę dziesiętną





DZIELNIKI

N
319

ĆWICZENIE A. Wymień te liczby naturalne od 1 do 20, które można wstawić w miejscu kwadracika.

Liczba 20 jest podzielna przez ■.

Liczba 20 jest podzielna przez 5, bo dzieli się przez 5 bez reszty.

Liczby, przez które liczba 20 jest podzielna, nazywamy jej **dzielnikami**.
Dzielnikami liczby 20 są: 1, 2, 4, 5, 10 i 20.

ĆWICZENIE B. a) Wypisz wszystkie dzielniki liczby 18.

b) Podaj przykład liczby, która ma dokładnie jeden dzielnik.

c) Podaj przykład liczby, która ma dokładnie dwa dzielniki.

Każda liczba naturalna większa od 1 ma co najmniej dwa dzielniki.

PRZYKŁADY

dzielniki liczby 10:

1, 2, 5, 10

dzielniki liczby 12:

1, 2, 3, 4, 6, 12

dzielniki liczby 13:

1, 13





Dzielniki liczby 18:

1 2 3 6 9 18

Dzielniki liczby 24:

1 2 3 4 6 8 12 24

Obok wypisano dzielniki liczb 18 i 24. Wspólne dzielniki tych liczb to 1, 2, 3 i 6. **Największym wspólnym dzielnikiem**, w skrócie **NWD**, liczb 18 i 24 jest 6. Zapisujemy to tak:

$$\text{NWD}(18, 24) = 6$$

ĆWICZENIE D. Wypisz wszystkie dzielniki liczby 12 i wszystkie dzielniki liczby 15. Znajdź $\text{NWD}(12, 15)$.





CECHY PODZIELNOŚCI PRZEZ 2, 5, 10, 100 ORAZ PRZEZ 3 i 9

N
320

- ĆWICZENIE A.** a) Sprawdź, czy liczba 218 jest podzielna przez 8.
b) Sprawdź, czy liczba 218 jest podzielna przez 6.

Aby ustalić, czy dana liczba jest podzielna przez inną liczbę, można wykonać dzielenie i sprawdzić, czy reszta jest równa 0. Czasami, aby to ustalić, nie trzeba wykonywać dzielenia.



Klasa IV i dalsze

ĆWICZENIE B. Spośród liczb podanych na rysunku wypisz:

a) liczby parzyste,

b) liczby podzielne przez 5,

c) liczby podzielne przez 10,

d) liczby podzielne przez 100.



Spróbuj opisać, czym się charakteryzują liczby podzielne przez 10, a czym — liczby podzielne przez 100. Jak można rozstrzygnąć, czy dana liczba jest podzielna przez 2, a jak — czy jest podzielna przez 5?

A

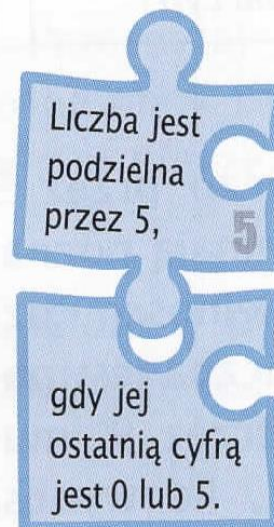
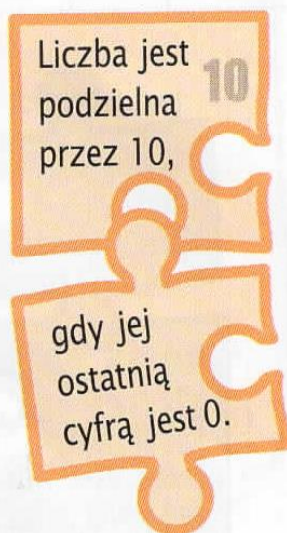
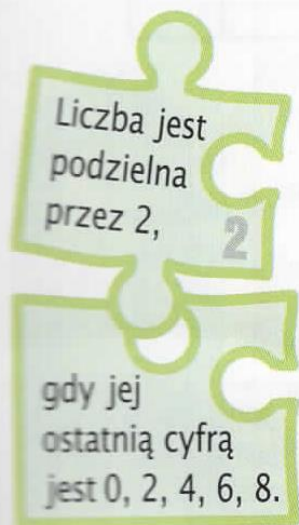
B

C



Klasa IV i dalsze

Rozstrzygając, czy liczby są podzielne przez 2, 5, 10 i 100, można korzystać z następujących własności (cech podzielności liczb).





Klasa IV i dalsze

Teraz poznasz sposób, który pozwala bez wykonywania dzielenia ustalić, czy dana liczba jest podzielna przez 3 i czy jest podzielna przez 9.

ĆWICZENIE C. Klara i Irek zastanawiali się, co można powiedzieć o liczbach podzielnych przez 3 (zob. tekst na rysunku). Podaj przykłady liczb, które świadczą o tym, że ani Klara, ani Irek nie mają racji.

Moim zdaniem każda liczba, która jest podzielna przez 3, ma ostatnią cyfrę podzielną przez 3.



Ja myślę, że każda liczba podzielna przez 3 musi być nieparzysta.





Klasa IV i dalsze

ĆWICZENIE D. Wypisz po kilka przykładów liczb podzielnych przez 3, które są postaci $1\square$, $\square 2$, $3\square\square$.

Wśród liczb z ćwiczenia D mogły się znaleźć na przykład: 18, 42, 327. Mają one pewną wspólną cechę, suma ich cyfr jest podzielna przez 3.

suma cyfr liczby 18 to $1 + 8 = 9$

suma cyfr liczby 42 to $4 + 2 = 6$

suma cyfr liczby 327 to $3 + 2 + 7 = 12$

ĆWICZENIE E. Wypisz przykłady liczb niepodzielnych przez 3. Czy sumy cyfr tych liczb są podzielne przez 3?

ĆWICZENIE F. Narysujcie na tablicy i uzupełnijcie poniższą tabelę, a następnie przyjrzyjcie się jej uważnie. Co zauważyliście?

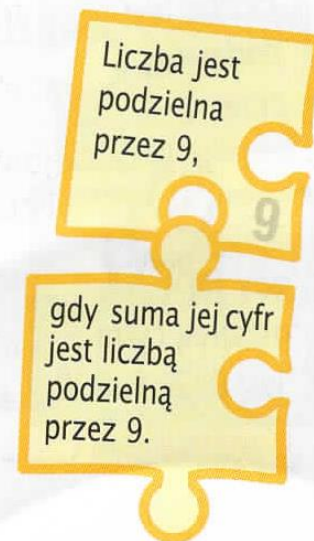
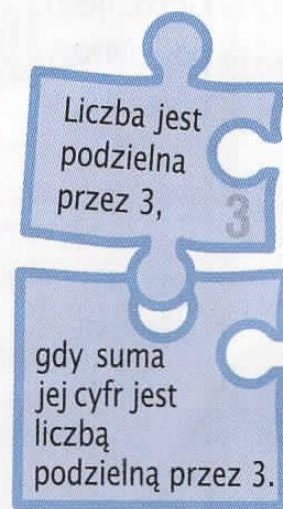
Liczba	15	27	46	54	908	918	951	3081
Czy jest podzielna przez 9?	nie	tak						
Ile wynosi suma cyfr?	6	9						





Klasa IV i dalsze

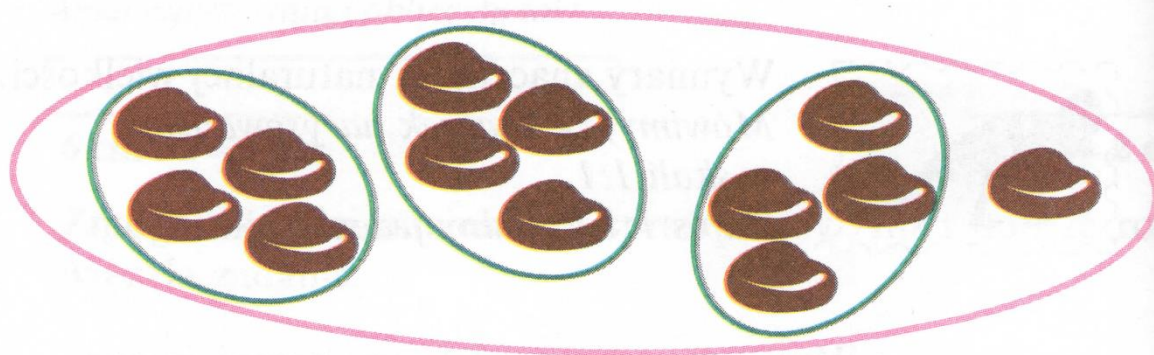
Cechy podzielności liczb przez 3 i przez 9 nie przypominają poznanych dotąd cech podzielności. Rozstrzygając, czy dana liczba jest podzielna przez 3 lub przez 9, musimy najpierw ustalić, ile wynosi suma cyfr tej liczby.



LICZENIE W ZAKRESIE 100. DZIELENIE Z RESZTĄ. SPRAWDZANIE

- 1 Mama położyła na talerzu 13 pierniczków. Każde dziecko zjadło 4 pierniczki. Ile dzieci jadło pierniczki? Ile pierniczków zostało?

Ewa zrobiła tak:



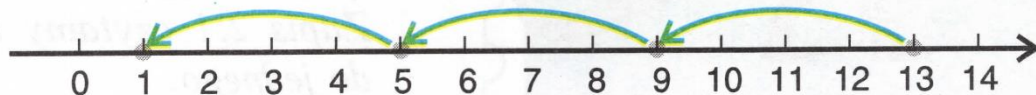
13 pierniczków podzielić po 4 równa się 3 i zostaje 1 pierniczek.

Adam liczył tak:

$$13 - 4 = 9, \quad 9 - 4 = 5, \quad 5 - 4 = 1$$

Adam rozdał trojgu dzieciom po 4 pierniczki i został 1 pierniczek.

Darek liczył tak:



13 podzielić po 4 równa się 3 i zostaje 1.

Odpowiedź: Troje dzieci zjadło po 4 pierniczki i został 1 pierniczek.





**Mówimy, że liczba 13 podzielona przez 4 daje iloraz 3 i resztę 1.
Zapisujemy to w postaci $13 : 4 = 3 \text{ r } 1$ i nazywamy dzieleniem z resztą.**

Dzielenie z resztą sprawdzamy tak:

$$1 + 3 \cdot 4 = 1 + 12 = 13$$



LICZENIE W ZAKRESIE 100. DZIELENIE Z RESZTĄ

1 Dzieci odrabiali lekcje. Zobaczcie jak wykonywały dzielenie z resztą.

$$6 : 6 = 1 \text{ r } 0$$

$$12 : 6 = 2 \text{ r } 0$$

$$7 : 6 = 1 \text{ r } 1$$

$$13 : 6 = 2 \text{ r } 1$$

$$8 : 6 = 1 \text{ r } 2$$

$$14 : 6 = 2 \text{ r } 2$$

$$9 : 6 = 1 \text{ r } 3$$

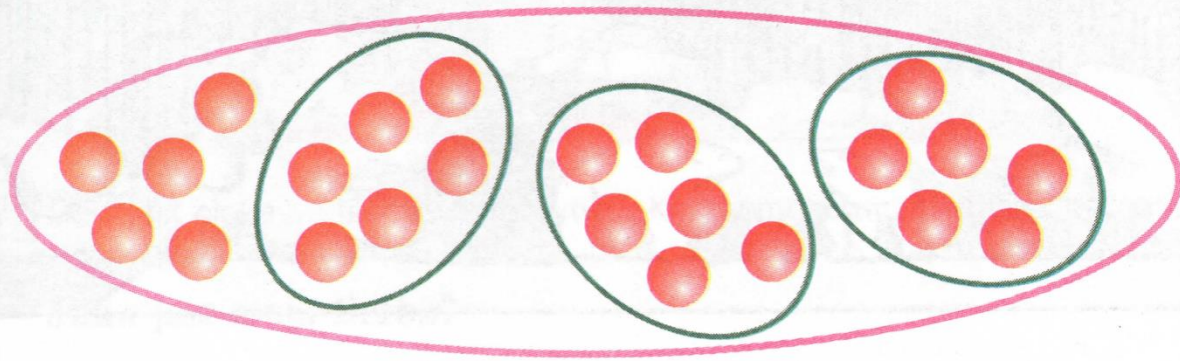
$$15 : 6 = 2 \text{ r } 3$$

$$10 : 6 = 1 \text{ r } 4$$

$$16 : 6 = 2 \text{ r } 4$$

$$11 : 6 = 1 \text{ r } 5$$

$$17 : 6 = 2 \text{ r } 5$$



$$23 : 6 = 3 \text{ r } 5$$

Zauważ, że reszta z dzielenia jest zawsze mniejsza od dzielnika.



drugi operand

p
i
e
r
w
s
z
y

o
p
e
r
a
n
d

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

A

B

C

Klasa IV i dalsze

DZIELENIE Z RESZTĄ



Mam 20 cukierków.
Podzielę je
równo między
was, a resztę
wezmę
dla siebie.

ĆWICZENIE A. Ile cukierków dostanie każde dziecko, a ile przypadnie babci? Oblicz, ile cukierków zostałoby dla babci, gdyby na początku miała ich:

- a) 16 b) 23 c) 30

PRZYKŁADY

$$20 : 3 = 6 \text{ reszta } 2$$

Sprawdzenie:

$$3 \cdot 6 + 2 = 20$$

$$25 : 3 = 8 \text{ reszta } 1$$

Sprawdzenie:

$$3 \cdot 8 + 1 = 25$$

$$36 : 3 = 12 \text{ reszta } 0$$

Sprawdzenie:

$$3 \cdot 12 = 36$$

Uwaga. Reszta jest zawsze mniejsza od liczby, przez którą dzielimy.
Zamiast pisać $20 : 3 = 6 \text{ reszta } 2$, możemy pisać krótko $20 : 3 = 6 \text{ r } 2$.

Zamiast mówić, że resztą z dzielenia $36 : 3$ jest 0, mówimy, że liczba 36 dzieli się przez 3 bez reszty. O liczbie 36 mówimy też, że jest podzielna przez 3.





Klasa IV i dalsze

19. Zastąp kwadraciki odpowiednimi liczbami.

a) $78 : 9 = 8 \text{ r } \blacksquare$

b) $47 : \blacksquare = 6 \text{ r } 5$

c) $\blacksquare : 4 = 7 \text{ r } 1$

$47 : 8 = \blacksquare \text{ r } \blacksquare$

$48 : \blacksquare = 9 \text{ r } 3$

$\blacksquare : 20 = 5 \text{ r } 18$

$126 : 30 = \blacksquare \text{ r } \blacksquare$

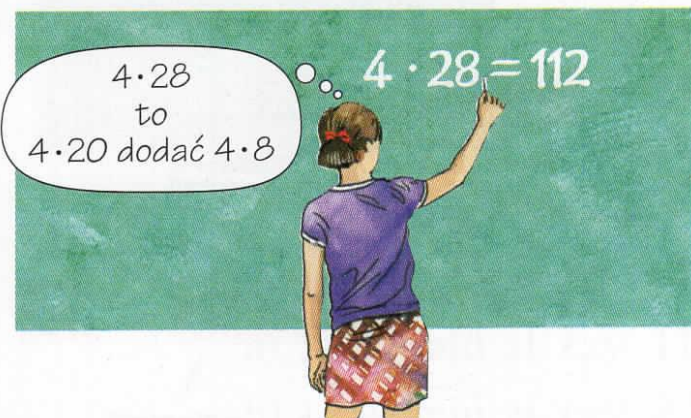
$39 : \blacksquare = 4 \text{ r } \blacksquare$

$\blacksquare : 8 = 8 \text{ r } 6$

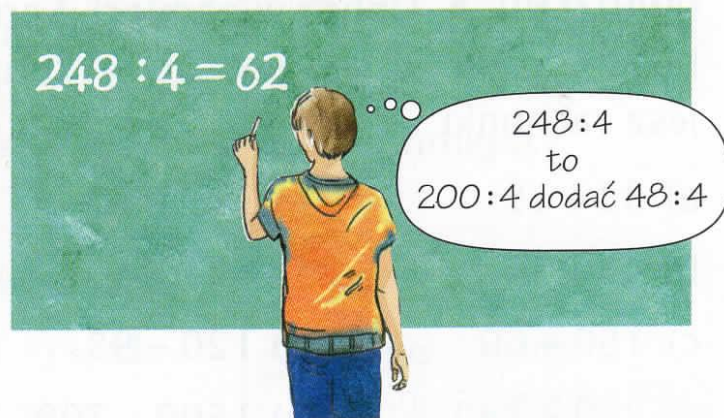


Poniżej przypominamy, w jaki sposób można wykonać mnożenie, a w jaki — dzielenie.

MNOŻENIE



DZIELENIE



Zadania

str. 10–11

1. Oblicz w pamięci:

a) $4 \cdot 22$

d) $55 : 5$

g) $45 : 3$

j) $250 : 5$

b) $6 \cdot 15$

e) $69 : 3$

h) $16 \cdot 7$

k) $103 \cdot 3$

c) $17 \cdot 3$

f) $52 : 4$

i) $300 : 3$

l) $130 \cdot 3$





W praktyce, gdy obliczamy iloraz liczb z zerami na końcu, najwygodniej skreślić w dzielnej i dzielniku tyle samo zer.

PRZYKŁADY

$$2700 : 10 = 270$$

$$4900 : 700 = 49 : 7 = 7$$

$$150000 : 1000 = 150$$

$$36000 : 900 = 360 : 9 = 40$$

11. Oblicz:

a) $48 : 2$

b) $240 : 8$

c) $360 : 10$

d) $800 : 20$

$96 : 3$

$360 : 9$

$2700 : 100$

$2400 : 600$

$65 : 5$

$180 : 6$

$48\,000 : 10$

$1200 : 40$

$60 : 15$

$200 : 25$

$660\,000 : 100$

$30\,000 : 600$



Klasa IV i dalsze

DZIELENIE PISEMNE PRZESZ LICZBY JEDNOCYFROWE

N
301

Trzej koledzy kupili wspólnie los i wygrali na loterii 747 zł. Aby sprawiedliwie podzielić wygraną, obliczyli iloraz $747 : 3$.

Dzielimy najpierw
7 setek przez 3.
Każdy dostanie po dwie.
Zostanie 1 setka.



$$\begin{array}{r} 2 \\ 3 \overline{) 747} \\ \underline{-6} \\ 1 \end{array}$$

1 setka i 4 dziesiątki
to 14 dziesiątek.
Dzielimy 14 przez 3.
Każdy dostanie
po 4 dziesiątki i zostaną
2 dziesiątki.



$$\begin{array}{r} 24 \\ 3 \overline{) 747} \\ \underline{-6} \\ 14 \\ \underline{-12} \\ 2 \end{array}$$

2 dziesiątki i 7 jedności
to 27 jedności.
Dzielimy 27 przez 3,
czyli dla każdego
po 9 jedności.



$$\begin{array}{r} 249 \\ 3 \overline{) 747} \\ \underline{-6} \\ 14 \\ \underline{-12} \\ 27 \\ \underline{-27} \\ 0 \end{array}$$

ĆWICZENIE. a) Sprawdź za pomocą mnożenia,
czy chłopcy prawidłowo wykonali dzielenie.

b) Oblicz w podobny sposób $896 : 7$.





Klasa IV i dalsze

b) Oblicz w podobny sposób $896 : 7$.

PRZYKŁAD

$3 < 9$, więc
dzielimy
37 przez 9

$$\begin{array}{r} 4206 \\ 37857 : 9 \\ - 36 \\ \hline 18 \\ - 18 \\ \hline 57 \end{array}$$

$5 : 9 = 0$ reszta 5,
więc u góry
wpisujemy 0
i dopisujemy do piątki
następną cyfrę

$$\begin{array}{r} 57 \\ - 54 \\ \hline 3 \end{array}$$

reszta

Otrzymany wynik dzielenia
można zapisać tak:

$$37857 : 9 = 4206 \text{ reszta } 3$$

Sprawdzenie:

$$\begin{array}{r} 4206 \\ \cdot 9 \\ \hline 37854 \end{array}$$

$$37854 + 3 = 37857$$



Klasa IV i dalsze



DZIELENIE PISEMNE PRZESZ LICZBY WIELOCYFROWE

N
301

Przy dzieleniu pisemnym przez liczby dwucyfrowe, trzycyfrowe i większe postępujemy podobnie jak przy dzieleniu przez liczby jednocyfrowe. Przyjrzyj się kolejnym etapom dzielenia $4283 : 30$.

Dzielimy najpierw
42 przez 30.

$$42 : 30 = 1 \text{ reszta } 12$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 30 \overline{) 4283} \\ \underline{-30} \\ 12 \end{array}$$

Następnie dzielimy
128 przez 30.

$$128 : 30 = 4 \text{ reszta } 8$$

$$\begin{array}{r} 14 \\ 30 \overline{) 4283} \\ \underline{-30} \\ 128 \\ \underline{-120} \\ 8 \end{array}$$

Dzielimy
83 przez 30.

$$83 : 30 = 2 \text{ reszta } 23$$

$$\begin{array}{r} 142 \\ 30 \overline{) 4283} \\ \underline{-30} \\ 128 \\ \underline{-120} \\ 83 \\ \underline{-60} \\ 23 \end{array}$$





Największa trudność przy dzieleniu przez liczby wielocyfrowe to oszacowanie właściwych wyników w kolejnych etapach dzielenia.

Basia chce podzielić liczbę 2553 przez 30. Popatrz, w jaki sposób Basia oszacowała, ile razy 30 mieści się w liczbie 255.

ĆWICZENIE A. Dokończ rachunki Basi.

$$\begin{array}{r} 8 \\ \hline 2553 : 30 \\ - 240 \\ \hline \end{array}$$

255 to ponad 240, a 240 to $8 \cdot 30$.
Ponieważ $9 \cdot 30$ to 270, czyli więcej niż 255, więc w 255 liczba 30 mieści się 8 razy.

ĆWICZENIE B. Ustal, ile razy:

- a) liczba 20 mieści się w każdej z liczb: 83, 165, 137, 125, 213.
- b) liczba 30 mieści się w każdej z liczb: 97, 119, 131, 215, 257.
- c) liczba 40 mieści się w każdej z liczb: 67, 118, 135, 332, 399.



- ĆWICZENIE D.** a) Ile razy w liczbie 205 mieści się 20, a ile razy 21?
b) Ile razy w liczbie 247 mieści się 30, a ile razy 28?
c) Ile razy w liczbie 289 mieści się 41?

Umiejętność szacowania wyników dzielenia przez liczby typu 20, 30, 40 itd. przydaje się przy dzieleniu przez inne liczby. Na przykład iloraz $28982 : 31$ obliczamy tak:

Dzielimy 289 przez 31. Szacujemy, że 30 w liczbie 279 mieści się 9 razy, i sprawdzamy, że 31 też mieści się 9 razy.

$$\begin{array}{r} 9 \\ \hline 28982 : 31 \\ - 279 \\ \hline 10 \end{array}$$



Dzielimy 108 przez 31. Szacujemy, że 30 w liczbie 108 mieści się 3 razy, i sprawdzamy, że 31 też mieści się 3 razy.

$$\begin{array}{r} 93 \\ \hline 28982 : 31 \\ - 279 \\ \hline 108 \\ - 93 \\ \hline 15 \end{array}$$



Dzielimy 152 przez 31. Szacujemy, że 30 w liczbie 152 mieści się 5 razy, ale 31 w liczbie 152 mieści się 4 razy.

$$\begin{array}{r} 934 \\ \hline 28982 : 31 \\ - 279 \\ \hline 108 \\ - 93 \\ \hline 152 \\ - 124 \\ \hline 28 \end{array}$$



N
301

ĆWICZENIE E. Wykonaj dzielenia $1300 : 3$ oraz $13\,000 : 30$. Porównaj otrzymane wyniki i otrzymane reszty. Jak myślisz, jaki wynik i jaką resztę otrzymałbyś, obliczając $130\,000 : 300$?

Gdy w dzielnej i dzielniku występują zera na końcu, to dzielenie można uprościć, skreślając w obu liczbach tyle samo końcowych zer. Gdy w wyniku takiego dzielenia otrzymamy resztę różną od zera, to w otrzymanej reszcie musimy dopisać zera.

PRZYKŁADY

$$\begin{array}{r} 1100 \\ 275000 : 250 \\ -25 \\ \hline 25 \\ -25 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$275\,000 : 250 = 1100$$

$$\begin{array}{r} 58 \\ 41000 : 700 \\ -35 \\ \hline 60 \\ -56 \\ \hline 4 \end{array}$$

$$41\,000 : 700 = 58 \text{ reszta } 400$$

Skreśliliśmy po dwa zera, więc
w reszcie dopisujemy dwa zera.

A**B****C**



1. Oblicz sposobem pisemnym:

a) $545 : 40$

e) $941 : 60$

i) $3570 : 59$

b) $765 : 50$

f) $3459 : 30$

j) $8874 : 87$

c) $1131 : 80$

g) $352 : 11$

k) $11130 : 91$

d) $687 : 20$

h) $874 : 32$

l) $6436 : 99$

$$\begin{array}{r} 31 \\ 13 \overline{) 532} \\ \underline{-39} \\ 140 \\ \underline{-130} \\ 100 \\ \underline{-80} \\ 20 \end{array}$$

N
301

2. Wanda pomyliła się w rachunkach. Na czym polega jej błąd?

3. Podziel najmniejszą liczbę pięciocyfrową przez największą liczbę dwucyfrową.



DZIELENIE

PRZYKŁADY

$$\begin{array}{r}
 493 \\
 \hline
 3451 : 7 \\
 -28 \\
 \hline
 65 \\
 -63 \\
 \hline
 21 \\
 -21 \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

$$3451 : 7 = 493$$

$$\begin{array}{r}
 1066 \\
 \hline
 40521 : 38 \\
 -38 \\
 \hline
 252 \\
 -228 \\
 \hline
 241 \\
 -228 \\
 \hline
 13
 \end{array}$$

$$40521 : 38 = 1066 \text{ r } 13$$

$$\begin{array}{r}
 23 \\
 \hline
 945\cancel{0}\cancel{0} : 41\cancel{0}\cancel{0} \\
 -82 \\
 \hline
 125 \\
 -123 \\
 \hline
 2
 \end{array}$$

$$94500 : 4100 = 23 \text{ r } 200$$

W reszcie dopisujemy
tyle zer, ile skreśliśmy
w każdej z liczb





0,5

DZIELENIE UŁAMKÓW DZIESIĘTNYCH PRZEZ LICZBY NATURALNE

N
360

ĆWICZENIE. Zgadnij, jakie są wyniki dzielenia. Sprawdź swoje przypuszczenia za pomocą mnożenia.

- a) $0,8 : 4$ b) $1,6 : 2$ c) $1,5 : 3$ d) $3,5 : 5$ e) $14,8 : 2$

Niektóre ilorazy ułamków dziesiętnych przez liczby naturalne można obliczyć w pamięci. Gdy nie jesteśmy pewni wyniku, możemy jego poprawność sprawdzić za pomocą mnożenia.

PRZYKŁADY

$$8,5 : 2 = 4,25$$

$$\overline{8 : 2 + 0,5 : 2}$$

Sprawdzenie:

$$4,25 \cdot 2 = 8,5$$

$$4,5 : 2 = 2,25$$

$$\overline{4 : 2 + 0,5 : 2}$$

Sprawdzenie:

$$2,25 \cdot 2 = 4,5$$

$$7,5 : 3 = 2,5$$

$$\overline{6 : 3 + 1,5 : 3}$$

Sprawdzenie:

$$2,5 \cdot 3 = 7,5$$





Popatrz na fotografię obok. Jak myślisz, ile kosztuje jeden jogurt?

Ewa, rozwiązując to zadanie, zamieniła złote na grosze, wykonała dzielenie i otrzymany wynik (w groszach) zamieniła na złote.

$$\begin{array}{r} 5,72 \text{ zł} = 572 \text{ gr} \\ \underline{143} \\ 572 : 4 \\ -4 \\ \hline 17 \\ -16 \\ \hline 12 \\ -12 \\ \hline 0 \\ 143 \text{ gr} = 1,43 \text{ zł} \end{array}$$

Rachunki Ewy można wykonać w podobny sposób, ale nie zamieniając złotych na grosze.

Najpierw dzielimy część całkowitą dzielnej.

$$\begin{array}{r} 1 \\ \underline{5,72 : 4} \\ -4 \\ \hline 1 \end{array}$$



Zapisujemy przecinek nad przecinkiem, a do otrzymanej reszty dopisujemy następną cyfrę.

$$\begin{array}{r} 1,4 \\ \underline{5,72 : 4} \\ -4 \\ \hline 17 \end{array}$$



Dalej wykonujemy dzielenie w podobny sposób jak na liczbach naturalnych.

$$\begin{array}{r} 1,43 \\ \underline{5,72 : 4} \\ -4 \\ \hline 17 \\ -16 \\ \hline 12 \\ -12 \\ \hline 0 \end{array}$$



Dzieląc sposobem pisemnym ułamek dziesiętny przez liczbę naturalną, wykonujemy działania tak jak na liczbach naturalnych, a w wyniku w odpowiednim miejscu (nad przecinkiem dzielnej) dopisujemy przecinek.

PRZYKŁADY

$$\begin{array}{r} 13,81 \\ 55,24 : 4 \\ -4 \\ \hline 15 \\ -12 \\ \hline 32 \\ -32 \\ \hline 4 \\ -4 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12,4 \\ 62,0 : 5 \\ -5 \\ \hline 12 \\ -10 \\ \hline 20 \\ -20 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0,585 \\ 1,170 : 2 \\ -11 \\ \hline 17 \\ -16 \\ \hline 10 \\ -10 \\ \hline 0 \end{array}$$

Zwróć uwagę, że gdy w kolejnym etapie dzielenia otrzymujemy resztę różną od zera, a nie ma już cyfr po przecinku, które należałoby dopisać, to możemy dopisać do tej reszty zero i kontynuować dzielenie.

A

B

C



0,5

DZIELENIE UŁAMKÓW DZIESIĘTNYCH

N
361

ĆWICZENIE A. Sprawdź, czy podane ilorazy są równe.

a) $250 : 50$ $25 : 5$ $2,5 : 0,5$ $0,25 : 0,05$

b) $6600 : 1100$ $66 : 11$ $6,6 : 1,1$ $0,66 : 0,11$

W dzbanku jest 3,2 litra kawy. Kawę tę nalewamy do filiżanek o pojemności 0,2 litra. Ile filiżanek możemy napełnić?

Aby odpowiedzieć na to pytanie, należy obliczyć iloraz $3,2 : 0,2$. Iloraz ten jest równy ilorazowi $32 : 2$, gdyż wynik dzielenia nie zmienia się, gdy dzielną i dzielnik mnożymy przez 10.



$$\begin{array}{r} 3,2 \cdot 10 \\ \hline 0,2 \cdot 10 \\ \hline 3,2 : 0,2 = 32 : 2 = 16 \end{array}$$

A

B

C



Gdy obliczamy iloraz dwóch ułamków dziesiętnych, najpierw mnożymy dzielnię i dzielnik przez 10, przez 100 lub przez 1000 itd., tak aby dzielnik stał się liczbą naturalną. Następnie wykonujemy dzielenie.

PRZYKŁADY

$$2,4 : 0,8 = 24 : 8 = 3$$

$$\begin{array}{c} \uparrow \qquad \uparrow \\ \boxed{2,4 \cdot 10} \quad \boxed{0,8 \cdot 10} \end{array}$$

$$0,9 : 0,03 = 90 : 3 = 30$$

$$\begin{array}{c} \uparrow \qquad \uparrow \\ \boxed{0,9 \cdot 100} \quad \boxed{0,03 \cdot 100} \end{array}$$

$$8,8 : 0,55 = 880 : 55$$

$$\begin{array}{c} \uparrow \qquad \uparrow \\ \boxed{8,8 \cdot 100} \quad \boxed{0,55 \cdot 100} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ \hline 880 : 55 \\ -55 \\ \hline 330 \\ -330 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$8,8 : 0,55 = 16$$



